Gli esercizi assegnati all'esame saranno varianti di alcuni degli esercizi seguenti

1.1) Su un piano α (trasparente) sia tracciato un triangolo equilatero. Si consideri un piano β parallelo ad α e raggi di luce provenienti da un punto (per esempio la luce di una lampadina). La proiezione sul piano β (l'ombra) del triangolo dato è, rispetto a quello posto su α

A) **Un triangolo simile**
B) **Un triangolo uguale**
C) **Un triangolo scaleno**
D) **Un segmento**
E) **Un triangolo isoscele**

1.2) Su un piano α (trasparente) sia tracciato un cerchio. Si consideri un piano β che interseca α e raggi di luce e raggi di luce paralleli fra loro e non paralleli ad α o β (per esempio i raggi solari). La proiezione sul piano β (l'ombra) del triangolo dato è, rispetto a quello posto su α

A) **Un cerchio simile (più grande o più piccolo)**
B) **Un cerchio uguale**
C) **Un'ellisse**
D) **Una parabola**
E) **Un segmento**

1.3) Su un piano α (trasparente) sia tracciato un quadrato. Si consideri un piano β parallelo ad α e raggi di luce provenienti da un punto (per esempio la luce di una lampadina). La proiezione sul piano β (l'ombra) del quadrato dato è, rispetto a quello posto su α

F) **Un quadrato simile**
G) **Un quadrato uguale**
H) **Un parallelogramma**
I) **Un quadrilatero qualsiasi**
J) **Un segmento**

1.4) Su un piano α (trasparente) sia tracciato un quadrato. Si consideri un piano β che interseca α e raggi di luce e raggi di luce paralleli fra loro e non paralleli ad α o β (per esempio i raggi solari). La proiezione sul piano β (l'ombra) del quadrato dato è, rispetto a quello posto su α

A) **Un quadrato simile**
B) **Un quadrato uguale**
C) **Un parallelogramma**
D) **Un quadrilatero qualsiasi**
E) **Un segmento**

2) Su un piano α (trasparente) sia tracciato un segmento AB e il suo punto medio M. Si consideri poi un secondo piano β . Chiamiamo A'B' la proiezione (l'ombra) del segmento dato sul piano β, e analogamente M' la proiezione di M. Allora M' NON è il punto medio di A'B'

A) **Se α e sono β paralleli e i raggi che proiettano il segmento sono paralleli fra loro (per esempio i raggi del sole)**

B) Se α e sono β paralleli e i raggi che proiettano il segmento sono provengono da un punto (per esempio una lampadina)
C) Se α e sono β incidenti e i raggi che proiettano il segmento sono paralleli fra loro (per esempio i raggi del sole)
D) Se α e sono β paralleli e i raggi che proiettano il segmento sono provengono da un punto (per esempio una lampadina)
E) M' è sempre il punto medio di A'B'

3) La composizione di trasformazioni NON è commutativa se si compongono
A) Una trasformazione con la sua inversa
B) Due rotazioni con lo stesso centro
C) Due traslazioni di direzione diversa
D) Due simmetrie ad assi paralleli
E) Una trasformazione e la trasformazione identica

4) Quale dei seguenti insiemi di trasformazioni, NON è un gruppo?
A) Traslazioni e rotazioni
B) Traslazioni
C) Glissosimmetrie
D) Omotetie di dato centro
E) Due simmetrie di assi l'asse x e l'asse y, l'identità e la rotazione di 180°

5) Sia f una trasformazione del piano. Dati tre punti qualsiasi A, B, C sia A' = f(A), B' = f(B), C' = f(C).
Si indichi con d(P, P') la distanza tra due punti. La condizione d(A', B') = kd(A,B) caratterizza
A) le similitudini, ma non le affinità
B) le affinità, ma non le similitudini
C) le isometrie, ma non le similitudini
D) sia similitudini che affinità
E) sia isometrie che similitudini

6) Per determinare completamente un'affinità sono necessari e sufficienti
A) tre punti A, B, C allineati e i loro corrispondenti
B) tre punti A, B, C non allineati e i loro corrispondenti scelti in posizione qualsiasi
C) due segmenti AB e AC e i loro corrispondenti A'B' = kAB, A'C' = kAC
D) quattro punti A, B, C, D allineati e i loro corrispondenti
E) quattro punti A, B, C, D non allineati e i loro corrispondenti

6.1) Per determinare completamente una similitudine sono necessari e sufficienti
A) due punti A, B e i loro corrispondenti scelti in posizione qualsiasi
B) tre punti A, B, C non allineati e i loro corrispondenti scelti in posizione qualsiasi
C) due segmenti AB e AC e i loro corrispondenti A'B' = kAB, A'C' = kAC
D) due segmenti AB e AC e i loro corrispondenti A'B' = AB, A'C' = AC
E) quattro punti A, B, C, D non allineati e i loro corrispondenti

7) Si considerino 2 triangoli T e T' ottenuti dividendo un parallelogramma ABCD tramite la sua diagonale AC. Quale trasformazione manda T in T'?

A) Simmetria di asse AC
B) Rotazione di 180° intorno al punto medio di AC
C) Simmetria di asse BD composta con rotazione di 180° intorno al punto medio di AC
D) Simmetria di asse BD
E) Rotazione di 360° intorno a C.

8) Se compongo due simmetrie ad assi incidenti e non perpendicolari tra loro ottengo
A) Una terza simmetria con asse passante per il punto di intersezione delle due rette date
B) Una rotazione di angolo pari all'angolo formato dalle due rette
C)) Una rotazione di angolo pari al doppio dell'angolo formato dalle due rette
D) Una simmetria centrale
E) L'identità

9) Una rotazione dello spazio lascia fissi
A) un punto
B) nessun punto
B) tutti i punti di una retta
C) tutti i punti di una coppia di rette
D) tutti i punti di un piano

10) Il prodotto di tre simmetrie planari può essere
A) Una rotazione intorno ad una retta
B) Una simmetria centrale
C) Una rotazione intorno ad una retta e una traslazione nella direzione della retta
D) l'identità
E) Una traslazione di vettore parallelo ad uno dei piani di simmetria

11) Un'omotetia di rapporto 2 manda un qualunque triangolo T in un triangolo T'
A) uguale a T e a distanza 2 da esso
B) simile a T e di lati la metà di quelli di T
C) di area 4 volte quella di T
D) che ha un vertice coincidente con il centro dell'omotetia
E) con verso di percorrenza opposto a quello di T

12.1) L'equazione $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$ **rappresenta**

A) **Una simmetria centrale**
B) **Una simmetria di asse x**
C) **Una simmetria di asse y**
D) **Una simmetria rispetto alla bisettrice del 1° e 3° quadrante**
E) **Una simmetria rispetto alla bisettrice del 2° e 4° quadrante**

12.2) L'equazione $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 3y \end{cases}$ **rappresenta**

A) **Una simmetria centrale**
B) **Un'omotetia**
C) **Un'affinità**

D) Una rotazione
E) L'identità

13) In un riferimento spazio/tempo (quindi affine) quale di questi concetti ha sempre senso?
A) Parallelismo fra rette
B) perpendicolarità fra rette
C) Distanza tra punti
D) Bisettrice
E) Segmento di lunghezza unitaria

14) Un pentagono regolare è trasformato in sé stesso da
A) una rotazione di 180°
B) Una simmetria passante per due dei suoi vertici
C) Una rotazione di ampiezza $6\pi/5$
D) Una simmetria passante per i punti medi di due dei suoi lati
E) Una rotazione di ampiezza 3π

15) Un quadrilatero è un rettangolo
- **A) se e solo se possiede 4 simmetrie assiali**
- **B) se e solo se possiede 2 simmetrie assiali con assi passanti per i punti medi delle coppie di lati paralleli**
- **C) se e solo se possiede 2 simmetrie assiali con assi passanti per le coppie di vertici opposti**
- **D) se e solo se possiede 1 simmetria assiale con asse passante per i punti medi di una delle due coppie di lati opposti**
- **E) se e solo se possiede una simmetria centrale nel punto di intersezione delle due diagonali**

16) Il piano NON può essere tassellato con poligoni regolari uguali tra loro usando
A) triangoli equilateri
B) quadrati
C) rettangoli
D) pentagoni regolari
E) esagoni regolari

16.1) Lo spazio può essere tassellato con poliedri regolari uguali tra loro usando
A) tetraedri
B) ottaedri
C) dodecaedri
D) icosaedri
E) nessuna delle altre risposte è corretta

17.1) un dodecaedro regolare ha
A) 12 facce pentagonali
B) 5 facce dodecagonali
C) 20 spigoli
D) 30 vertici
E) nessuna delle altre risposte è corretta

17.2) NON può esistere un poliedro regolare con
A) 3 facce quadrate concorrenti in un vertice
B) 5 facce triangolari concorrenti in un vertice
C) 4 facce triangolari concorrenti in un vertice
D) 3 facce esagonali concorrenti in un vertice
E) 3 facce pentagonali concorrenti in un vertice

18) Un cubo viene trasformato in sé stesso da al massimo
A) 12 isometrie dirette distinte e 12 isometrie inverse distinte
B) 6 isometrie dirette distinte e 6 isometrie inverse distinte
C) 12 isometrie dirette distinte e 8 isometrie inverse distinte
D) 12 isometrie dirette distinte e 24 isometrie inverse distinte
E) 24 isometrie dirette distinte e 24 isometrie inverse distinte

18.1) I piani di simmetria di un cubo che passano per una coppia di spigoli opposti sono
A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 12

19) Sia dato un qualunque poliedro convesso. In base alla Formula di Eulero, se esso possiede 8 facce e 12 spigoli ha necessariamente

A) 6 vertici
B) 4 vertici
C) 8 vertici
D) 12 vertici
E) 24 vertici

20) Una rotazione di 45° ha equazione

A)) $\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \end{cases}$

B) $\begin{cases} x' = \sqrt{2}x - \sqrt{2}y \\ y' = \sqrt{2}x + \sqrt{2}y \end{cases}$

C) $\begin{cases} x' = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}y \\ y' = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y \end{cases}$

D) $\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}y \end{cases}$

E) $\begin{cases} x' = \sqrt{2}\,x \\ y' = \sqrt{2}y \end{cases}$

21) Per tracciare un'ellisse di semiassi a= 3 e b = 4, devo fissare nei due fuochi una corda di lunghezza
A) 2
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

21.1) Per tracciare la parabola y = $\frac{x^2}{4}$ **la distanza tra fuoco e direttrice deve essere**
A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

21.2) Per tracciare l'iperbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ **ho bisogno di un'asta di lunghezza d fissata ad uno dei due fuochi, e di una corda fissata all'altro estremo dell'asta e all'altro fuoco, di lunghezza c =**
A) d - 2a
B) d
C) 2a
D) d + a
E) 2b

22) Un raggio uscente dal fuoco F di una parabola si riflette sulla parabola stessa e diventa
A) l'asse della parabola
B) una retta parallela all'asse della parabola
C) una retta perpendicolare all'asse della parabola
D) una retta tangente alla parabola
E) un'altra retta passante per il fuoco

23) L'iperbole di equazione $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
Non ha punti
- **A) di ascissa negativa**
- **B) di ascissa 0**
- **C) di ordinata negativa**
- **D) di ordinata zero**
- **E) di ascissa minore di 1**

24) L'equazione di un'iperbole equilatera può rappresentare
A) Una legge di proporzionalità diretta
B) Una legge di proporzionalità inversa
C) Una legge di proporzionalità quadratica
D) Una funzione modulo
E) Una funzione potenza

25) Per ottenere una parabola devo segare il cono con un piano
A) perpendicolare all'asse del cono
B) parallelo all'asse del cono

C) parallelo ad una generatrice del cono
D) passante per il vertice del cono
E) tangente ad una generatrice del cono

26) Per determinare "l'equazione" di una parabola Apollonio si serve di una sezione circolare del cono e sfrutta
A) il teorema sulla somma degli angoli di un triangolo
B) il 2° teorema di Euclide
C) il teorema di Pitagora
D) il teorema di Talete
E) il teorema sugli angoli al centro e alla cinconferenza

27) Un'ellisse con centro nell'origine e assi a, b con a ≠ b può essere ottenuta a partire da una circonferenza con centro nell'origine con una trasformazione di equazione

A) $\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \end{cases}$

B) $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$

C) $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2y \end{cases}$

D) $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 3x \end{cases}$

E) $\begin{cases} x' = \sqrt{2}x - \sqrt{2}y \\ y' = \sqrt{2}x + \sqrt{2}y \end{cases}$

28) Piazza San Pietro sembra un'ellisse, ma in realtà è formata da un'ovale costruito con
A) Una linea spezzata
B) Due tratti di iperbole
C) due circonferenze tangenti
D) Tre circonferenze, con la circonferenza centrale passante per il centro delle due esterne
E) Due circonferenze, passanti una per il centro dell'altra