

ISTITUZIONI DI MATEMATICA II
FOGLIO N. 6 DI ESERCIZI

A. Dall'Aglio, F. De Marchis

1. Data la funzione $f(x,y) = \frac{x}{x+y-4}$

- trovarne e disegnarne il dominio;
- trovare e classificare eventuali punti critici di f ;
- trovare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme
 $T = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$

2. Data la funzione $f(x,y) = x^2 + y^2 + \sqrt{3}x + y$,

- trovare e classificare i suoi punti critici;
- trovare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme
 $C = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$

3. Data $f(x,y) = (y^3 - y)(x - 2y)$,

- trovare e classificare i suoi punti critici;
- trovare massimo e minimo assoluti di f nel triangolo chiuso di vertici $(0,0)$, $(2,1)$, $(2,0)$.

4. Data $f(x,y) = x^2y + xy^2 + y$,

- a) trovare e classificare i suoi punti critici;
- b) trovare massimo e minimo di f nella regione limitata di piano delimitata dalle curve

$$x=2, \quad y=3, \quad xy=1.$$

5. Data $f(x,y) = \ln \left(\frac{y - x^2 + 4}{xy} \right)$

- a) determinarne il dominio;
- b) determinare estremo superiore, estremo inferiore, immagine;
- c) determinare e classificare i pti critici.

6. Data $f(x,y) = x^3 + 2xy + y^2 + x^2 + 2y$,

- a) determinare e classificare i suoi pti critici;
- b) Scrivere e rappresentare graficamente $\nabla f(0,-1)$. In tale pto $(0,-1)$ trovare una direzione lungo cui la derivata direzionale si annulla

7. Data $f(x,y) = \sqrt{9 - 9x^2 - (y-1)^2}$,

a) determinarne il dominio, e disegnarlo;

b) scrivere e disegnare $\nabla f(1/3, 3)$;

c) determinare $\inf f$, $\sup f$, $\ln f$;

d) determinare i pti critici di f e classificarli.

8. Data $f(x,y) = \frac{x^2 + y^2}{x+2}$,

a) trovare il dominio D di f , e mostrare che f non ammette né max. assoluto né minimo assoluto in D ;

b) trovare e classificare i punti critici di f ;

c) trovare massimo e minimo assoluti di f in

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Trovare e classificare i punti critici delle seguenti funzioni:

$$9. f(x,y) = y^4 + x^3 - 4y^2 - 3x^2 - 1$$

$$10. f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 15x + 12y - 7$$

$$11. f(x,y) = 2x^4 + 2x^2y^2 - 4x^2 + y^2 + 1$$

$$12. f(x,y) = 12x^2 + xy^3 + y^2 - 2$$

$$13. f(x,y) = y + y \ln^2 x - y^2 \ln x$$

$$14. f(x,y) = x^2 - x^3(y-1) + 12(y-1)^2$$

$$15. f(x,y) = (x^2 - 3x + 2)(xy + 1)$$

$$16. f(x,y) = (x^2 + y^3) \ln x \quad (\text{N.B. in uno dei punti l' Hessiano è nullo})$$