ISTITUZIONI DI MATEMATICA II
FOGLIO DI ESERCIZI 2

A. DALL'AGLIO, F. DE MARCHIS

29.03.2018

Esercizio 1. Disegnare in $\mathbf{R}^2$ i seguenti vettori:

$$\mathbf{a} = (-1, 2), \quad \mathbf{b} = (0, -3), \quad \mathbf{c} = (4, 4), \quad \mathbf{d} = (2, 0), \quad \mathbf{e} = (-2, \tfrac{3}{2}).$$

Esercizio 2. Disegnare in $\mathbf{R}^3$ i seguenti vettori:

$$\mathbf{f} = (1, 2, -1), \quad \mathbf{g} = (1, 0, 0), \quad \mathbf{h} = (0, 1, 0), \quad \mathbf{i} = (0, 0, 1),$$

$$\mathbf{j} = (-2, -2, -2), \quad \mathbf{k} = (1, 0, 3), \quad \mathbf{l} = (2, 0, 6), \quad \mathbf{m} = (2, -3, 0).$$

Esercizio 3. Calcolare il prodotto scalare tra le seguenti coppie di vettori:

$$\begin{array}{lcl}
\mathbf{v}_1 = (5, -3) & \text{e} & \mathbf{w}_1 = (2, \frac{1}{3}), \\
\mathbf{v}_2 = (1, 2, 3) & \text{e} & \mathbf{w}_2 = (4, 5, -6), \\
\mathbf{v}_3 = (0, -2, 1) & \text{e} & \mathbf{w}_3 = (10, 3, 0), \\
\mathbf{v}_4 = (1, -3, 2) & \text{e} & \mathbf{w}_4 = (5, 1, -1), \\
\mathbf{v}_5 = (-2, -1, 0, 1, 2) & \text{e} & \mathbf{w}_5 = (1, 1, 3, 3, 2).
\end{array}$$

È possibile calcolare il prodotto scalare tra $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{w}_3$?

Esercizio 4. Calcolare i moduli dei vettori $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$, $\mathbf{v}_4$, e $\mathbf{v}_5$ dell'Esercizio 3.

Esercizio 5. Determinare per quali $\gamma \in \mathbf{R}$ i vettori

$$\mathbf{u} = (2, 1 - \gamma) \qquad \text{e} \qquad \mathbf{v} = (-2, 3)$$

sono ortogonali.

Esercizio 6. Determinare per quali $\gamma \in \mathbf{R}$ i vettori

$$\mathbf{w} = (0, 5, 1) \qquad \text{e} \qquad \mathbf{z} = (2, \gamma, \gamma^2)$$

sono ortogonali.

Esercizio 7. Determinare per quali $\gamma \in \mathbf{R}$ i vettori
$$\mathbf{p} = (\tfrac{1}{2}, \gamma, -3) \qquad \text{e} \qquad \mathbf{q} = (-2, 0, 12).$$
sono ortogonali.

Esercizio 8. Determinare per quali $\gamma \in \mathbf{R}$ i vettori
$$\mathbf{r} = (3, -\tfrac{1}{2}) \qquad \text{e} \qquad \mathbf{s} = (\gamma, 4)$$
sono paralleli.

Esercizio 9. Determinare per quali $\gamma \in \mathbf{R}$ i vettori
$$\mathbf{r} = (-\sqrt{3}, \gamma, 2) \qquad \text{e} \qquad \mathbf{s} = (3\sqrt{3}, 1, -6)$$
sono paralleli.

Esercizio 10. Calcolare tutti i prodotti (*fattibili*) tra le seguenti matrici:
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & -3 \\ 1 & 3 & \frac{1}{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 4 \\ \frac{2}{3} & 3 & 1 & -2 \\ -10 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ \frac{3}{2} \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} -2 & 0 & \frac{1}{4} \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 11. Calcolare la trasposta delle matrici dell'esercizio 10.

Esercizio 12. Calcolare il determinante delle matrici:
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & \sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -7 & 5 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 13. Calcolare il determinante delle matrici:
$$R = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 0 \\ -3 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 14. Calcolare il determinante delle seguenti matrici triangolari:
$$U = \begin{pmatrix} 2 & \pi \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \qquad V = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Data una matrice triangolare

$$T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n-1} & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & a_{n-1n-1} & a_{n-1n} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{nn} \end{pmatrix}$$

calcolarne il determinante (usando lo sviluppo di Laplace).