Soluzione COMPITO A

1. Per un osservatore solidale con il suolo, la palla parte dal punto P e ricade nel punto P, compiendo un moto rettilineo accelerato (con accelerazione data dalla forza peso). E' quindi conveniente studiare il moto da questo sistema di riferimento (inerziale), fermo e centrato in P. Al fine di trovare la velocità v' nel sistema di riferimento del carrello scriveremo quindi $v' = v - v_c$ ove v è la velocità nel sistema di riferimento solidale al suolo e v_c è la velocità del carrello, parallela all'asse x. Il moto della palla nel sistema fisso (v) deve avvenire solo lungo y e non lungo x, da cui: $v_x = v'_x + v_c = 0$ e quindi $v'_x = -v_c$. Per determinare $v'_y = v_y - v_{c,y} = v_y$ bisogna studiare il moto verticale della palla, che avviene nel tempo t_V pari al tempo che impiega il carrello a spostarsi di L: $t_V = L/v_c$.
   In tale tempo la palla si muove di moto uniformemente accelerato ed avremo che la quota in funzione del tempo è pari a: $y(t) = v_y t - 1/2 g t^2$ imponendo $y(t) = 0$ si ottiene la relazione $t_V = 2v_y/g$ da cui è possibile ricavare v_y.
   Numericamente si ottiene dunque: $v_y = v'_y = 8.5$ m/s e $v'_x = -4.9$ m/s, da cui $\mathbf{v' = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)} = 9.8}$ **m/s** formante un angolo $\boldsymbol{\theta = \arctan(v'_y/v'_x) = 60°}$ con l'asse orizzontale. La quota massima si ottiene rapidamente considerando che il moto verticale è simmetrico rispetto alla salita e la discesa e quindi che $t_{salita} = t_V/2 = v_y/g$.
   allora $\mathbf{H = y(t_{salita}) = v_y^2/(2g) = 3.7}$ **m**

.

2. Il moto del secondo corpo è un moto balistico. Il tempo in cui il corpo raggiunge la quota massima è pari a $\mathbf{t_{max} = v_0 \sin\alpha / g}$ ed il tempo totale tra il lancio e la ricaduta sul piano è $\mathbf{t = 2t_{max} = 0.88}$**s**. La quota massima raggiunta è pari a:
   $\mathbf{H_{max} = v_0 \sin\alpha\, t_{max} - 1/2 g t_{tmax}^2 = 0.96}$ **m.** In tale tempo lo spazio percorso lungo il piano è pari a: $\mathbf{v_0 \cos\alpha\ 2t_{max} = 2.21}$ **m.**
   Il corpo 1, per trovarsi nello stesso punto e collidere con il corpo 2 deve percorrere esattamente la stessa distanza sul piano, nello stesso tempo. Si muove di un moto uniformemente decelerato per via dell'attrito:
   $\mathbf{d = v0\ 2t_{max} - 1/2\ a\ (2t_{max})^2}$ da cui
   si ricava l'accelerazione $\mathbf{a = \sqrt{3}/3\ g}$ e conseguentemente il coefficiente di attrito dinamico, tramite la seconda legge di Newton:
   $\mathbf{a = \mu_d N/m = \mu_d g}$ **da cui** $\mathbf{\mu_d = \sqrt{3}/3 = 0.58.}$
3. Le forze che agiscono sull'asta (ed i rispettivi punti di applicazione) sono: la forza peso P (centro di massa), la reazione vincolare della parete orizzontale N_1 (estremo inferiore), la reazione vincolare della parete verticale N_2 (estremo superiore) e la tensione del filo T (estremo inferiore). Si ricava dunque, proiettando le forze parallelamente alle due pareti,
   $\mathbf{N_1 = mg = 78.5}$ **N** ed $N_2 = T$.
   Per ricavare le 2 incognite rimanenti (T ed N_2) si utilizza l'equazione dei momenti, scegliendo come polo l'estremo inferiore dell'asta:
   $\mathbf{l\ N_2 \cos\vartheta - l/2\ mg \sin\vartheta = 0}$.
   Ricavando quindi $\mathbf{N_2 = T = mg/2 \tan\vartheta = 22.6}$ **N**.
4. Durante le oscillazioni smorzate della molla tutta l'energia potenziale iniziale della molla viene trasferita al sistema, sotto forma di scambio di calore. L'energia potenziale dissipata vale dunque: $1/2\ k\ (d-d_0)^2$. Tale calore viene scambiato direttamente con l'acqua (capacità termiche del recipiente e della molla sono trascurabili). Si avrà dunque che: $1/2\ k\ (d-d_0)^2 = m\ c_a\ \Delta T$. La variazione di temperatura si calcola come $1/2\ k\ (d-d_0)^2/(mc_a)$ ed è pari a 6×10^{-3}K. La temperatura finale dell'acqua sarà quindi Tf = 25.006 °C. Per calcolare la variazione di entropia

del sistema, considereremo una trasformazione reversibile che porti l'acqua (l'unica a scambiare calore e quindi l'unica di cui dobbiamo calcolare la variazione di entropia) da T_i a T_f: $\Delta S = m\ c_a \ln (T_f/T_i) = 8.40\text{x}10^{-2}$ J/K.

5. Per avere un moto stazionario intorno alla terra ad una distanza h dovremo avere che la accelerazione centripeta del corpo che ruota è pari ad F/m dove F è la forza gravitazionale alla distanza R_T+h dal centro della terra:
   $\mathbf{F_G=G\ MTm\ /(RT+h) = mv_0^2/(R_T+h)}$
   da cui si ricava
   $\mathbf{v_0 = \sqrt{}(GM_T)/(R_T+h) = 7.88x10^3\ m/s}$. A tale velocità (costante) il tempo di percorrenza di un'orbita, lunga
   $\mathbf{L = 2\pi\ (R_T+h),}$ è pari a $\mathbf{L/v_0 = 5106\ s = 1.42h}$.
   Se il corpo viene lanciato radialmente, per trovare la quota massima raggiunta, dovremo applicare il teorema dell'energia cinetica:
   $\mathbf{1/2mv_0^2 - GM_Tm/(R_T+h) = -GM_Tm/(R_T+h_{max})}$. Da cui si ricava $\mathbf{h_{max} = 6.44x10^6\ m.}$

Soluzione compito B

1. Per semplificare la descrizione del moto converrà porsi nel sistema di riferimento solidale con l'ascensore, scegliendo l'asse z rivolto verso l'alto. Il sistema di riferimento è non inerziale, in quanto accelera con accelerazione costante A = g/3 diretta verso il basso. L'accelerazione della palla in tale sistema di riferimento sarà dunque: ottenibile tramite
   F - ma_T = ma' dove a_T è l'accelerazione di trascinamento.
   a' si ricava dunque pari a -(2/3) g.
   All'istante iniziale t = 0 l'altezza della palla è H e l'equazione del moto diviene:
   $z(t) = H-1/2a't^2$.
   Il tempo di caduta si ottiene quindi imponendo $z(t_C) = 0$ ricavando: $t_C=\sqrt{}(2H/a')= 0.6$ s. La velocità v_F del corpo quando tocca il pavimento è pari a $v_F=a't_C = -2/3gt_C$, ed in seguito all'urto elastico, tale velocità diverrà $2/3gt_C$. Dopo l'urto l'equazione del moto diviene
   $z(t) = v_F\Delta t-1/2a'\Delta t^2=2/3gt_C\ (t-t_C)-1/2*(2/3)g(t-t_C)^2$, che calcolata per t = 1s dà la quota richiesta **D = 1.06 m**

2. Nel primo caso, quando la lastra è tenuta ferma, il moto del corpo sulla lastra deve tenere conto solo della forza di attrito dinamico esercitata dalla lastra. Usando il teorema dell'energia cinetica ed imponendo che il lavoro della forza di attrito dinamico lungo L = 120 cm sia tale da fermare completamente il corpo si ottiene: $-1/2\ mv_0^2 = -\mu_d mg\ L$ da cui v_0 si ricava come $\sqrt{}(2\ \mu_d\ Lg) = 3.07$ m/s. Quando la lastra è libera di muoversi, sarà necessario scrivere la legge di Newton per entrambi i corpi: la lastra accelera per via della forza di attrito esercitata da m su di essa e la massa m decelera per effetto dell'attrito esattamente come nel primo caso. Si sarà quindi am = -μ_dg ed aM = μ_d (m/M) g. Avremo quindi che $v_m = v_0 - \mu_d gt$ e vM = μ_d m/M gt. L'istante in cui il corpo si ferma sulla lastra si può ricavare come quell'istante in cui v_M e v_m sono uguali. Si ricava quindi t = Mv0/μk (m+ M) g. In tale istante le due velocità valgono: $v_f = v_m = v_M = (m/(m+M))v_0 = 0.61$ m/s.

3. Durante il moto rotatorio dell'asta si conserva l'energia meccanica: scegliendo lo

zero dell'energia potenziale nella posizione iniziale si potrà scrivere:
$E_{m,i} = 0 = E_{m,f} = 1/2\ I\omega^2 - Mg\ l/2$
e ricavare la velocità angolare dell'asta al momento del distacco dal polo O come:
$\omega = \sqrt{(Mgl/I)}$.
Considerando che il momento di inerzia rispetto al polo O vale:
$I=1/3\ M\ l^2$,
$\omega = \sqrt{3g/l} = 8.58$ rad/s.
Quando l'asta si sgancia da O prosegue con un moto roto-traslatorio. Il moto del centro di massa, soggetto alla sola forza di gravità, è un moto puramente balistico: la posizione iniziale del CdM avrà coordinate x,y (0, hl/2) e velocità iniziale diretta parallelamente ad x, di modulo $\omega l/2$. Il tempo in cui il CdM raggiunge la quota 0 si trova imponendo $0 = y_0 - 1/2 g t_c^2$ da cui **$t_c = \sqrt{(2y_0/g)}$**. In tale tempo lo spostamento orizzontale è pari a
$v_0 t_c = \omega l/2 * \sqrt{(2y_0/g)} = 1.30$ m

4. La prima trasformazione del gas è una espansione libera irreversibile. La seconda è una compressione adiabatica reversibile. Nella prima trasformazione la temperatura del gas rimane costante (espansione libera di Joule) e quindi $\Delta U = 0$ J. Essendo una trasformazione irreversibile avremo $\Delta S > 0$. Per calcolare ΔS usiamo $nR \ln(V_f/V_i)$, visto che la temperatura rimane costante, ed otteniamo:
   $\Delta S = nR \ln 2 = 2.88$ J/K.
   Nella seconda trasformazione avremo invece che $\Delta U = n c_v \Delta T$ e $\Delta S = 0$ J/K (essendo una trasformazione reversibile). Per calcolare ΔT utilizziamo la relazione che esiste tra T e V in una adiabatica reversibile: $TV^{\gamma-1}$ = costante ed otteniamo:
   $T_3 = T_2 (V_2/V_3)^{\gamma-1}$ ed imponendo $T_2=T_1$ [essendo la prima trasformazione isoterma] otteniamo:
   $\Delta U = n c_v \Delta T = n\ 3/2\ R\ (2^{\gamma-1} - 1)T_1 = 1.1$ kJ.

5. La velocità di fuga dell'oggetto è calcolabile come $v_{fuga} = \sqrt{(2\ G\ M_T)/R_T}$ ed è la velocità con cui viene lanciato l'oggetto. Sapendo che per effetto dell'attrito l'oggetto raggiunge la quota massima pari a $R_T+R_T/2$ dal centro della terra, è possibile utilizzare il teorema dell'energia cinetica per calcolare quanto richiesto (valor medio della forza resistente).
   $\Delta E_{mecc} = E_{m,f} - E_{m,i} = 1/2 m v_{fuga}^2 - GM_T m/R_T - GM_T m/(3/2R_T) =$
   $- GM_T m/(3/2R_T)$ sarà pari al lavoro medio delle forze di attrito.
   $-GM_T m/(3/2R_T) = -\langle F_{res}\rangle * R_T/2$ da cui si ottiene $\langle F_{res}\rangle = 4GM_T m/3R_T^2 = 130$N.