

L'isola di Smullyan

Sono interessanti, a livello didattico, gli esercizi sull'*isola di Smullyan*, abitata da *cavalieri*, che dicono sempre la verità, e *furfanti*, che mentono sempre; naturalmente, cavalieri e furfanti non sono distinguibili dall'aspetto. Problemi sull'argomento si trovano facilmente, per esempio nei classici libri di Smullyan.

Iniziamo osservando che nessun abitante dell'isola dirà «*Io sono un furfante*», perché anche un furfante, a chi gli chiede di che tipo sia, risponderà di essere un cavaliere.

Invece, può capitare di sentire la frase «*Io sono un furfante e mi chiamo Ugo*». Chi ha fatto questa affermazione non può essere un cavaliere, quindi è un furfante: di conseguenza la frase è falsa. La frase è una congiunzione del tipo $A \wedge B$, dove A è vera, per cui B è necessariamente falsa: si conclude che chi ha parlato è un furfante che *non* si chiama Ugo.

Sottolineiamo, già in questo semplice esempio, che siamo arrivati al risultato richiesto traendo via via conseguenze da quanto noto, cioè con un ragionamento di logica.

Vediamo alcuni esercizi, grosso modo in ordine di difficoltà. I primi sono sicuramente proponibili nel biennio delle Superiori e, con qualche cautela, anche nelle Medie (il che non significa che siano banali!); gli ultimi due sono indubbiamente più difficili.

Precisiamo che negli esercizi seguenti si arriva ad una e una sola conclusione; ma, in altri casi, la situazione può essere contraddittoria, nel senso che nessuna possibilità è coerente con l'enunciato, oppure sono accettabili più conclusioni.

1. Fra due abitanti A e B dell'isola di Smullyan si svolge il seguente dialogo:

A: «Noi due siamo dello stesso tipo»

B: «Noi due siamo di tipo diverso»

Che cosa si può concludere?

2. Nell'isola di Smullyan si svolge il seguente dialogo fra A e B .

A: «Almeno uno di noi due è un furfante»

B: «Almeno uno di noi due si chiama Mario»

Che cosa si può concludere?

3. Fra tre abitanti dell'isola di Smullyan si svolge questo dialogo:

A: «Voi due siete due furfanti»

B: «C è un furfante»

C: «A è un cavaliere»

Che cosa si può concludere?

4. Fra tre abitanti A, B, C dell'isola di Smullyan si svolge il seguente dialogo:

A: «Fra noi tre c'è almeno un furfante.»

B: «Fra noi tre c'è almeno un cavaliere.»

Che cosa si può concludere?

5. Un abitante dell'isola di Smullyan fa la seguente affermazione.

A: «Io sono un furfante se e solo se B è un cavaliere»

Si può stabilire se A è un furfante o un cavaliere? Si può stabilire se B è un furfante o un cavaliere?

6. Un abitante A dell'isola di Smullyan dice «Io sono un cavaliere se e soltanto se mi chiamo Giorgio». Siamo in grado di stabilire se A è un cavaliere o un furfante? Conosciamo il suo nome?

7. Un abitante B dell'isola di Smullyan dice «Se io sono un cavaliere allora mi chiamo Mario». Siamo in grado di stabilire se B è un cavaliere o un furfante? Conosciamo il suo nome?

8. Nell'isola di Smullyan vivono infiniti abitanti a_0, a_1, a_2, \dots . Un giorno, tutti gli abitanti a_{2n} dicono la seguente frase: «Sull'isola c'è solo un numero finito di cavalieri». Se ne può dedurre che

(A) ci sono infiniti furfanti e infiniti cavalieri

(B) ci sono infiniti furfanti ed un numero finito di cavalieri

(C) ci sono infiniti cavalieri ed un numero finito di furfanti

(D) ci sono infiniti furfanti, ma non siamo in grado di stabilire se i cavalieri sono in numero finito o infinito

(E) ci sono infiniti cavalieri, ma non siamo in grado di stabilire se i furfanti sono in numero finito o infinito