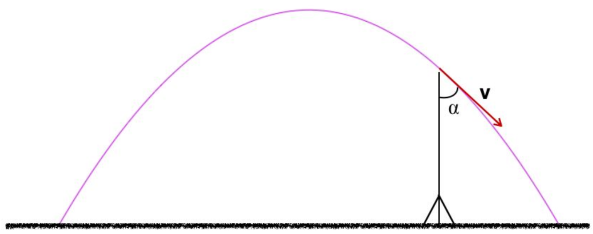
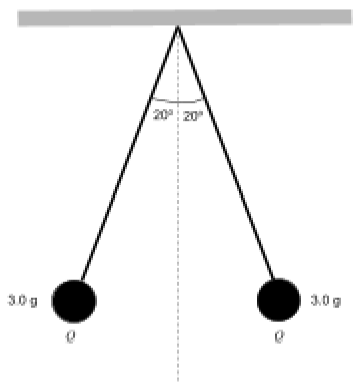
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea in Biotecnologie Agro-Industriali
Prova scritta di Fisica - A.A. 2017-2018 - 19 febbraio 2018

1) Un sacco è scagliato con velocità v_0=6 m/s al di là di una recinzione alta 1.80 m, cadendo sul terreno adiacente.
   a) Sapendo che il sacco scavalca la recinzione passando radente alla sua sommità, calcolate il modulo *v* della velocità con la quale passa in quel punto. **Suggerimento**: ricordate che l'energia meccanica si conserva.
   b) Sapendo inoltre che la velocità in questione forma un angolo $\alpha = 60°$ con la verticale, come nella figura sottostante, calcolate a quale distanza dalla recinzione atterra.



2) Due sfere di massa 3.0 g, ognuna attaccata a un filo lungo 1.0 m, si respingono dopo essere state ugualmente caricate, come illustrato nella figura a destra. Calcolare il valore della carica Q su ciascuna sfera.



3) La frequenza fondamentale di un'onda stazionaria su una corda lunga 1.0 m e' 440 Hz.
   a) Calcolare il valore numerico di lunghezza d'onda e frequenza della seconda e terza armonica.
   b) Quale sarebbe la velocità d'onda di un impulso in movimento lungo questa corda?

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea in Biotecnologie Agro-Industriali
Prova scritta di Fisica - A.A. 2017-2018 - 19 febbraio 2018

Soluzioni

1)
Seguendo il suggerimento possiamo imporre la conservazione dell'energia meccanica dallo stato iniziale (sacco a terra scagliato con velocità v_0) a quello finale (sacco a quota h con velocità v). All'inizio il sacco possiede solo energia cinetica K_i=½mv_0^2. Alla fine possiede sia energia cinetica che potenziale: K_f=½mv^2+mgh. Imponendo che le due energie siano uguali si trova

$v^2=v_0^2-2gh=0.72\ m^2/s^2$

La velocità dunque vale v=0.85 m/2.

In un sistema di assi cartesiani ortogonali con l'origine nel punto in cui è piantata la recinzione, con l'asse orizzontale rivolto verso destra e quello verticale rivolto verso l'alto, le componenti della velocità lungo la direzione orizzontale e verticale sono, rispettivamente,

$v_x=v\square\sin(\alpha)$

e

$v_y=-v\square\cos(\alpha)$

Il moto, che parte dalle coordinate (0,h), lungo l'asse orizzontale è rettilineo uniforme, quindi si può descrivere come

$x=v_xt=v\square\sin(\alpha)t$

mentre lungo l'asse verticale è accelerato e quindi

$y=h-v\square\cos(\alpha)t-\frac{1}{2}gt^2$

Il tempo impiegato a cadere a terra si ricava imponendo che y=0, risolvendo l'equazione

$h-v\square\cos(\alpha)t-\frac{1}{2}gt^2=0$

la cui soluzione è t=(-v□cos(ɑ)+(v^2□cos^2(ɑ)+2gh)^{½})/g=0.56 s. Le soluzioni dell'equazione sono due, ma una va scartata perché corrisponde a un tempo negativo (il suo valore assoluto rappresenta il tempo trascorso dall'istante in cui il sacco è stato lanciato a quello in cui è giunto nel punto alla sommità della recinzione).

Sostituendo questo valore nell'equazione x=v□sin(ɑ)t si trova la distanza voluta che vale 0.41 metri.

2)

La componente della forza di gravità ortogonale al filo e' $F_g = m\, g\, sin(\alpha)$

La componente della forza elettrica lungo la stessa direzione e' $F_E = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\cos(\alpha)}{(2L \sin \alpha)^2}$

La componente della forza che il vincolo impone sulla sferetta lungo la stessa direzione (ortogonale al filo) e' nulla.

Non ci sono altre forze che agiscono lungo questa direzione. F_g e F_E hanno stessa direzione (per come sono costruite) ma verso opposto. All'equilibrio devono cancellarsi reciprocamente. Quindi abbiamo che

$F_g = F_E$

$q^2 = 4\pi\varepsilon_0 \times mg \times tan(\alpha) \times 4 \sin^2 \alpha = 5.57 \times 10^{-13}\ C^2$

$q = 7.4 \times 10^{-7}\ C$

3-a)

In una corda di lunghezza L, un'onda ha forma

$y = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$

Con la condizione che le due estremita' della corda non possono muoversi

$y(x = 0) = y(x = L) = 0$

Quindi usando Prostaferesi abbiamo che la somma di due funzioni seno da' un prodotto di funzioni trigonometriche, funzione della somma e differenza degli argomenti, divise per due.

$y = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$

La condizione $y(x = 0) = 0$ e' sempre verificata.

La condizione $y(x = L) = 0$ e' verificata quando

$kL = \pi,\ 2\pi, ...,\ N\pi$ dove N e' un intero

Il numero d'onda dipende dalla lunghezza d'onda come $k = 2\pi/\lambda$ e quindi

$\lambda = 2\ L/N$

Quindi le prime tre armoniche hanno lunghezza d'onda

$\lambda_1 = 2\ L = 2m,\ \ \lambda_2 = L = 1m\ ,\ \lambda_1 = \frac{2}{3}\ L = 0.67\ m$

La frequenza f_1 della fondamentale e' data. Poiche' il prodotto $f_N\lambda_N = v$ e' costante, le frequenze delle armoniche si calcolano come $f_1\lambda_1 = f_N\lambda_N \rightarrow f_N = f_1\lambda_1/\lambda_N = f_1 N$

$f_1 = 440\ Hz$, $f_2 = 2f_1 = 880\ Hz$, $f_3 = 3f_1 = 1320\ Hz$

3-b)

La velocita' dell'onda e' $v = f_N\lambda_N$ che puo' essere calcolata, per esempio, dalla armonica fondamentale.

$v = f_1\lambda_1 = 440\ Hz \times 2\ m = 880\ m/s$