Soluzione Fila A

1. Il tempo necessario al proiettile per raggiungere il punto più alto si calcola tramite: $t = v_0 \sin\alpha / g$ (tempo necessario ad azzerare la componente verticale della velocità) e si ottiene **$t = 29.24$ s**.
   Nel punto più alto della traiettoria la velocità è quindi diretta solo in modo orizzontale, e l'impulso totale (prima dell'esplosione) vale $mv_0\cos\alpha$. Il frammento che cade verticalmente (inizialmente a velocità nulla), avrà il suo moto diretto interamente lungo l'asse y e quindi cadrà esattamente alla stessa distanza dal punto di lancio dove è avvenuta l'esplosione: $\mathbf{X_1}=v_x t= v_0 \cos\alpha\, v_0 \sin\alpha/g =1/2 v_0^2 \sin 2\alpha/g = 5873$ m.
   Il secondo frammento invece, per conservare l'impulso totale dovrà avere $p_x = mv_0 \cos\alpha$.
   Avendo massa $m_2 = m/2$, la velocità lungo x dovrà essere $2v_0 \cos\alpha$.
   La nuova gittata (del moto parabolico con $v_x = 2v_0 \cos\alpha$) è pari a:
   $(v_0 \sin\alpha)(2v_0 \cos\alpha) / g = 11746$ m.
   Quindi il secondo frammento cade a **X_2=5873 + 11746 = 17619** m dal punto di sparo.
   O più semplicemente dovendo il moto del centro di massa restare invariato (l'esplosione è dovuta a forze interne) il CM del sistema cadrà a X_{CM}=11746 m ($2X_{max}$) dal punto di sparo. Essendo i due frammenti di massa uguale ed il primo caduto a $X_1=X_{CM}-5873$ l'altro dovrà cadere a **$X_2=X_{CM}+5873$** da cui il risultato.

2. Al fine di avere un moto con velocità costante si dovrà avere che la risultante delle forze lungo il piano inclinato è pari a 0. Si scriverà dunque:
   $-\mu_d mg\cos\vartheta + mg \sin\vartheta= 0$ da cui si ricava **$\mu_d = \tan\vartheta = 0.577$**.
   Nel caso (b) il moto avviene verso l'alto e si avrà quindi che
   $F = ma = -\mu_d mg\cos\vartheta - mg \sin\vartheta$ (visto che adesso sia la forza di gravità sia l'attrito si oppongono al moto del corpo).
   L'accelerazione del corpo sarà dunque (parallelamente al piano) pari ad
   $a = -\mu_d g\cos\vartheta - g \sin\vartheta = -9.8\ m/s^2$.
   Il moto è uniformemente decelerato e lo spazio percorso si ricaverà come:
   $s_0=v_0^2/2a=0.32$ m.
   La condizione di staticità per il blocco richiede $\mu_s>\tan\vartheta$. Considerato che μ_s è sempre > di μ_d e che $\mu_d = \tan\vartheta$ la condizione è sicuramente verificata e quindi, una volta fermo, il corpo rimarrà fermo.

3. Nel caso di un'eclissi di Sole la Luna si trova fra il Sole e la Terra quindi la distanza r_{SL} fra il Sole e la luna e uguale alla differenza delle distanze della Terra dal Sole e della Luna dalla Terra (entrambe riportate in appendice) cioe $r_{SL} = r_{ST}-r_{TL}$;ora
   $F_T = G m_T m_L/r_{TL}^2$;
   $F_S = G m_S m_L/r_{SL}^2$
   quindi $F_T/F_S=m_T/m_S((r_{TS}-r_{TL})/r_{TL})^2= 0.450$
   Similmente nel caso di un'eclissi di Luna, la Terra si trova fra il Sole e la Luna e quindi:
   $r_{SL} = r_{ST} + r_{TL}$;
   Procedendo come sopra si trova:
   $F_T/F_S=m_T/m_S((r_{TS} + r_{TL})/r_{TL})^2 = 0.455$

4. L'equazione del moto del rocchetto si deduce dalla seconda legge di Newton e dal teorema del momento angolare:
   $Ma = Mg - T$ (legge di Newton proiettata lungo l'asse verticale)
   $M = I\alpha = TR$. (Teorema del momento angolare)
   Sostituendo ad I il momento di inerzia del cilindro $0.5MR^2$ ed ad $\alpha = a/R$ si ricava:

$TR=0.5MR^2a/R$ e quindi
$T = 0.5$ Ma.
Sostituendo nella prima equazione si ottiene:
$a = 2/3\ g = 6.54\ m/s^2$ e
$T = Mg/3 = 2.62$ N

5. Nel riscaldamento iscoro da A a B la variazione di entropia del gas vale:
$\Delta S_{AB} = nc_V\ln (T_B/T_A)$ e perciò $T_B/T_A = \exp (\Delta S_{AB}/nc_V)$.
Il lavoro compiuto nella trasformazione reversibile BC vale:
$L_{BC} = nRT_B \ln (V_C/V_B)$.
Osservando che per una isoterma si ha che $V_C/V_B = p_B/p_C$ e che $p_A = p_C$ e che per una isocora abbiamo $p_B/p_A = T_B/T_A$, si ottiene che $V_C/V_B = T_B/T_A = \exp (\Delta S_{AB}/nc_V)$.
Sostituendo nell'equazione precedente si ottiene: $L_{BC} = nRT_B\Delta S_{AB}/nc_V$.
Considerato che il gas è monoatomico e che $c_V=3/2\ R$, sostituendo agli altri dati i valori numerici si ottiene $L_{BC} = 2/3T_1\Delta S_{AB} = 1000$ J.

Soluzione Fila B

1. Scomponiamo le velocità sui due assi x e y.
$Vx=v_0\cos\theta$
$Vy=v_0\sin\theta$
il moto del centro di massa non è alterato dall'esplosione e quindi possiamo calcolare il suo punto di impatto al suolo utilizzando il tempo di volo pari a $\mathbf{t_v=2V_y/g= 2.04s}$.
Ora la gittata del CM vale:
$\mathbf{X_{CM} = V_xt_v= v_0\cos\theta 2v_0\sin\theta/g = v_0^2\sin 2\theta/g = 35.33m}$
La minore delle masse m_1 colpisce il suolo alla distanza X_1=20m. Poiché il punto di caduta del CM deve rimanere inalterato:
$X_{CM}= (X_1m_1+ X_2m_2)/(m_1+m_2)$ da cui
$X_{CM}= (X_1m_1+ 2X_2m_1)/(m_1+2m_1)$ da cui si ricava
$\mathbf{X_2= m_1(3X_{CM}-X_1)/(2m_1)= (3X_{CM}-X_1)/2= 43\ m}$

2. La variazione dell'energia meccanica è ascrivibile solo al tratto con attrito BC. Si può quindi scrivere: $-\mu_d M_1g\ BC/2 = \Delta E_m$. Visto che le masse sono ferme prima e dopo il moto la variazione di energia meccanica causata dall'attrito nel tratto BC/2 è pari a quella relativa alla variazione di quota della massa M_2 Δh=(AB + BC/2):
$-\mu_d M_1\ g\ BC/2 = - M_2g\ (AB + BC/2)$. $\mathbf{\mu_d=M_2(AB+BC/2)/(M_1BC/2)=0.52}$
Si ricava quindi $\mu_d = 0.52$.
L'accelerazione delle due masse è uguale in modulo. Scrivendo le equazioni della dinamica per i due corpi si ha:
$M_2g - T = M_2a_2 = M_2a$
$T = M_1a_1 = M_1a$. Da cui si ricava $\mathbf{a = 2.05\ m/s^2}$.

3. La forza con cui la Terra attira la Luna e uguale e contraria (per la terza legge di Newton) alla forza con cui la Luna attira la Terra.
Il modulo di questa forza vale:
$\mathbf{F = Gm_Tm_L/r^2_{TL} = 1.983x10^{20}\ N}$:
Per trovare le due accelerazioni basta dividere per le rispettive masse:
$\mathbf{a_T = F/m_T = Gm_L/r^2_{TL} = 3.32x10^{-5}\ m/s^2}$;
$\mathbf{a_L = F/m_L = Gm_T/r^2_{TL} = 2.70x10^{-3}\ m/s^2}$;

si vede quindi che l'accelerazione della Luna e circa 100 volte più grande dell'accelerazione della Terra. Se il moto orbitale della Luna è supposto essere circolare uniforme, l'accelerazione ora determinata è centripeta, e si può quindi scrivere:
$a_c = \omega^2 r_{TL} = (2\pi/T)^2 r_{TL}$
da cui si ricava che:
$\mathbf{T_L = 2\sqrt{(r_{TL}/a_c)} = 2.372x10^6\ s = 27.45\ giorni}$

4. Le due equazioni che regolano il moto delle masse 1 e 2 si scrivono:
$m_1 a = m_1 g - T_1$
$m_2 a = T_2 - m_2 g$
(l'accelerazione è la stessa visto che il filo è inestensibile), avendo orientato in modo positivo l'asse che vede la massa m_1 scendere verso il basso (concordemente all'accelerazione di gravità). In modo consistente si può scrivere l'equazione dei momenti della puleggia:
$T_1 R - T_2 R = I\alpha = 0.5MR^2\alpha$. (1)
Visto che il filo non può scivolare sulla puleggia si avrà $\alpha = a/R$.
Si ricava quindi da (1) che:
$T_1 R - T_2 R = I\alpha = 0.5MR^2 a/R$
$T_1 - T_2 = \mathbf{0.5}Ma$.
Sostituendo T_1 e T_2 dalle prime due equazioni si ottiene:
$\mathbf{a = (m_1 - m_2)\ g / [m_1 + m_2 + 0.5\ M] = 0.82\ m/s^2}$
e quindi per
$\mathbf{\alpha = a/R = 1.17\ rad/s^2}$**.**

5. Il rendimento del ciclo è definito pari a $\eta = 1 - Q_{ced}/Q_{ass}$. Il gas assorbe calore nella trasformazione isocora AB e lo cede nella trasformazione isoterma CA. Non viene scambiato calore lungo l'adiabatica.
$Q_{ass} = Q_{AB} = nc_V(T_B - T_A)$.
$Q_{ced} = |Q_{CA}| = L_{AC} = nRT_A \ln (V_C/V_A)$.
Il rendimento si scrive quindi come:
$\eta = 1 - [\ R / (c_V\ (T_B/T_A - 1)\ )] \ln (V_C/V_A)$.
Per determinare η è necessario esprimere il rapporto V_C/V_A in termini dei dati del problema (rapporto delle temperature).
Per fare ciò si osserva che B e C sono collegati da una adiabatica e quindi potremo scrivere: $T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$ da cui essendo $T_C = T_A$ e $V_B = V_A$
$V_C/V_A = (T_B/T_A)^{(1/(\gamma-1))}$.
Sostituendo, si ottiene: $\eta = 1 - (T_B/T_A - 1)^{-1} \ln (T_B/T_A)$ e per $T_B/T_A = 2$ si ha $\eta = 0.307$.
Tale risultato NON dipende dall'aver impiegato un gas monoatomico o biatomico e dunque non varia al variare della tipologia di gas impiegato.