

1) Sia

$$f(x) = \log \left| \frac{2x^2 - 5x - 3}{(x-1)(x-3)} \right|$$

studiare:

i) dominio e asintoti

ii) insieme di derivabilità, intervalli di monotonia, estremi relativi ed assoluti

iii) insiemi di concavità e convessità ed eventuali punti di flesso

iv) il grafico e l'immagine

v) il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = a$  al variare del numero reale

a.

2) Ordinare in ordine di infinitesimo crescente per  $x \rightarrow 0$  le seguenti funzioni

$$\begin{aligned} f(x) &= \exp(\sqrt{1 - \cos x} - 1) & g(x) &= \log(1 + \tan^3(x)) & h(x) &= \\ (\tan x)^{1/5} \sin^2 x & & k(x) &= e^{-x} - 1 + \log(x+1) \end{aligned}$$

3) Trovare tutti i numeri complessi  $z$  che verificano l'equazione

$$z^2 - z\bar{z} + 2(\operatorname{Im} z)^2 - 2i = 0$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - 4y + 8xy^2 = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D \frac{xy}{\sqrt{3x^2 + y^2}} dx dy \quad D = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2; 0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{3}}, 0 \leq y \leq 1, 3x^2 + y^2 \geq 1 \right\}$$