

1 Corso di laurea in INGEGNERIA GESTIONALE

ANALISI MATEMATICA a.a 2017-2018

Foglio 12

1) Sia

$$f(x) = |x - 1| \exp(\arctan 1/x)$$

studiare:

i) dominio e limiti agli estremi

ii) derivabilità, monotonia, estremi relativi ed assoluti

iii) concavità, convessità, eventuali punti di flesso

iv) il grafico e l'immagine

v) il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = a$ al variare del numero reale

a.

2) Sia

$$f(x) = \int_1^x \frac{\log(t^2 + 4)}{t^2} dt$$

provare che f è invertibile in $(0, +\infty)$. Indicata con g la funzione inversa calcolare $g'(0)$.

3) Trovare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y''(x) + 3y'(x) = (1 - 2x)e^{-x}.$$

Determinare le eventuali soluzioni tali che $y(0)=0$ e che sono limitate in un intorno di $+\infty$.

4) Trovare tutti i numeri complessi tali che

$$z^3 = \bar{z}$$

5) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D \frac{1}{1 + x^2 + y^2} dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x\}$$