

# 1 Corso di laurea in INGEGNERIA GESTIONALE

ANALISI MATEMATICA a.a 2017-2018 Foglio 10

1) Risolvere i seguenti problemi di Cauchy e trovare l'intervallo di esistenza della soluzione

$$\begin{cases} y'(t) = -\frac{1+t}{2t} y + \frac{e^t}{2t y} \\ y(1) = -\sqrt{e} \end{cases} \quad \begin{cases} y'(t) = ty(t) + t\sqrt{y(t)} \\ y(1) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y'(x) = y(t) + \frac{1}{y(t)} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

2) Trovare il dominio delle seguenti funzioni, disegnarlo nel piano xy e dire se è aperto, chiuso, limitato.

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \arcsin(xy - y - 2x) \\ g(x, y) &= \frac{\sqrt[2]{(x^2 - 2x - y)(x^2 - 2x + y)}}{(2x - 3)^2 + (2y - 1)^2} + \ln \frac{x + 1}{2 - x} \\ h(x, y) &= \frac{\log(x + y - 1)}{(4 - x^2 - y^2)^x} \end{aligned}$$

3) Sia

$$f(x, y) = \arcsin \frac{y - 1}{x^2 + 2}$$

Determinare e disegnare il dominio della funzione precisando se è aperto, chiuso, limitato o non limitato. Calcolare la derivata direzionale di f nel punto (0,0) nella direzione individuata dal vettore (1,1).

4) Sia

$$f(x, y) = \frac{[\cos(x + y) - e^{x+y}] \operatorname{sen}(x - y)}{x^2 - y^2}$$

determinare

- il dominio di f
- il più grande insieme in cui f è prolungabile per continuità
- il prolungamento  $\pi$

5) Data la funzione

$$f(x, y) = y\sqrt{|x|} + 2x$$

i) dimostrare che f è differenziabile in (0,0) e scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in (0,0,0),

ii) per quali valori  $(x, y) \neq (0, 0)$  esistono entrambe le derivate parziali  $f_x$ , e  $f_y$ .

6) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{y^3} - 1}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a)  $f$  è continua in  $(0,0)$ ?
- b)  $f$  è derivabile parzialmente in  $(0,0)$ ?
- c)  $f$  è differenziabile in  $(0,0)$ ?

7) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - \sin y^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a)  $f$  è continua in  $(0,0)$ ?
- b)  $f$  è derivabile parzialmente in  $(0,0)$ ?

8) Stabilire se la funzione dell'esercizio precedente è differenziabile in  $(0,0)$  e calcolare, se esiste, la derivata direzionale in  $(0,0)$  nella direzione individuata dal versore  $(-\sqrt{3}/2, 1/2)$ .