

# MECCANICA DEI FLUIDI GEOFISICI

Le equazioni di equilibrio sono ovviamente le stesse che governano la meccanica dei fluidi, intesi come mezzi continui, e che possono essere studiate in qualsiasi testo di Idraulica, Aerodinamica, Fluidodinamica e discipline similari.

La particolarità della dinamica di oceani ed atmosfera consiste nello sviluppo su scala planetaria dei fenomeni, il che rende spesso impossibile considerare il riferimento terrestre come inerziale, e ciò porta talvolta a conclusioni lontane dalla nostra quotidiana intuizione sviluppatesi sulle piccole scale.

Poiché poi sia la profondità marina che l'altezza della troposfera sono di ordine di grandezza di km o decine di km, in fenomeni che si sviluppano su scale orizzontali dell'ordine di centinaia, migliaia o decine di migliaia di km le componenti verticali di spostamenti, velocità, accelerazioni risultano molto piccole rispetto alle corrispondenti componenti orizzontali.

Per un **fluido newtoniano**, cioè per un fluido in cui si suppongano gli sforzi di attrito proporzionali ai gradienti di velocità, l'equilibrio delle forze (principio di D'Alembert) porta alle equazioni di **Navier – Stokes**. Tali equazioni espresse in un'unica forma vettoriale in cui, dato lo schema del continuo, si esprimono le forze per unità di massa (dimensionalmente accelerazioni) che si equilibrano in un punto:

- **inerzia** = - accelerazione euleriana = - accelerazione locale - accelerazione convettiva
- **forze di massa** = peso + forza di trascinamento
- **forze di superficie** = forza dovuta al gradiente di pressione + attrito

Studiando fenomeni stazionari l'accelerazione locale è nulla, mentre quella convettiva si riduce in molti problemi alla forza (sempre per unità di massa) centrifuga.

Il **peso** (per unità di massa) è espresso dall'accelerazione di gravità **g** dovuta all'attrazione terrestre in cui normalmente si include la piccola forza centrifuga dovuta alla rotazione diurna. La direzione del filo a piombo così definita varia di un grado spostandosi di 60 NM (Nautical Miles) lungo una ortodromica (e.g. meridiano) l'intensità della gravità varia di circa lo 0,5% tra poli ed equatore (motivo per cui il raggio terrestre polare è inferiore di una trentina di chilometri rispetto al raggio equatoriale), mentre variando col quadrato della distanza dal centro terrestre diminuisce di circa lo 0,3% al limite della troposfera, ed aumenta di circa lo 0,2% nella Fossa delle Marianne, in quanto qui occorre tener conto anche della minor massa terrestre attraente. Concludendo, nella maggior parte dei problemi, si commette un errore trascurabile ritenendo **g** costante in modulo.

La forza di trascinamento (per unità di massa), con le osservazioni fatte si riduce alla **forza di Coriolis** espressa dal doppio del prodotto vettore della velocità angolare terrestre per la velocità della particella ed è massima ai poli e nulla all'equatore. Stante il basso valore della velocità di rotazione diurna, la componente verticale dell'accelerazione di Coriolis è irrilevante rispetto al peso (dell'ordine di  $10^{-4}g$ ), la componente orizzontale può essere espressa mediante il **parametro di Coriolis**,  $f = 2 \Omega \sin \varphi$  ( $\Omega$  rotazione diurna,  $\varphi$  latitudine) moltiplicato per la velocità, ed orientata sempre verso destra nel nostro emisfero (sinistra nell'emisfero australe). Il parametro di Coriolis vale  $1,46 \times 10^{-4}$  rad/s ai poli,  $1,03 \times 10^{-4}$  rad/s a  $45^\circ$  di latitudine e 0 all'equatore;  $f$  è il doppio della velocità di rotazione di un pendolo di Foucault il cui periodo corrispondente vale 24 ore ai poli, circa 34 ore a  $45^\circ$  di latitudine ed è infinito all'equatore.

Il **gradiente di pressione**, come si è già visto nel caso statico, si esplica prevalentemente lungo la verticale, mentre nel caso dinamico sono proprio le sue deboli componenti orizzontali responsabili di molte situazioni di movimento.

Le **forze di attrito** sono in genere trascurabili sia in aria che in acqua, avendo entrambi i fluidi una debole viscosità. Le forze di attrito divengono rilevanti in vicinanza di contorni solidi dando luogo al fenomeno dello **strato limite**; nei fluidi geofisici ciò si verifica prevalentemente in direzione orizzontale, si otterrà quindi un profilo verticale della velocità orizzontale che nei casi turbolenti ha un andamento logaritmico.

**EQUILIBRIO LUNGO LA VERTICALE.** In direzione verticale l'inerzia, la forza di Coriolis, gli attriti sono trascurabili; si equilibrano **peso e gradiente di pressione**. *L'espressione dell'equilibrio statico resta sostanzialmente valida nel caso dinamico.* Su una superficie isobarica, che non differisce molto da una superficie orizzontale, la densità è sostanzialmente costante, e su di una tale superficie l'equazione bidimensionale di continuità si esprimerà constatando che la divergenza (bidimensionale) della velocità è nulla. In sintesi esiste una forte **stratificazione verticale dei fluidi geofisici**.

**EQUILIBRIO LUNGO L'ORIZZONTALE.** In generale i moti che si verificheranno saranno oltremodo complessi, conviene comunque, per comodità di studio, riferirsi ad alcuni casi semplici. Nel seguito ci si potrà riferire alle figure del sito [“atmospheric circulation”](#) della Columbia University oppure dell'Università dell'Illinois [“Weather World Project”](#).

**Moti inerziali.** Una delle conseguenze della rotazione terrestre è che se un corpo viene lasciato libero ad una certa velocità **U** su una superficie orizzontale priva di attrito, invece di muoversi di moto rettilineo ed uniforme, si muoverà su un'orbita circolare. Poiché la forza di Coriolis, normale alla velocità, non compie alcun lavoro, l'energia cinetica resta immutata e con essa il modulo della velocità. Si otterrà un moto circolare uniforme su un'orbita di raggio  $R = U/f$  ( $fU = U^2/R$ ) in verso orario nell'emisfero boreale. Alle medie latitudini ad una velocità di 0,1m/s corrisponde un raggio di curvatura dell'ordine del chilometro. Poiché  $f = U/R$  è la velocità angolare del moto ed è pari alla metà di quella di un pendolo di Foucault, ciò ci permette di stabilire fino a che punto un sistema di riferimento terrestre possa considerarsi inerziale, ossia quando gli effetti della rotazione terrestre siano trascurabili: il sistema di riferimento terrestre può

considerarsi inerziale per moti che si sviluppino su intervalli di tempo molto piccoli rispetto al periodo del pendolo di Foucault, perché in tal caso la traiettoria di un corpo libero può essere considerata rettilinea. Moti che avvengono su scale di tempo maggiori, come i fenomeni meteorologici e le correnti marine, vedono la rotazione terrestre come un parametro essenziale alla loro descrizione.

**Equilibrio geostrofico.** In molte situazioni pratiche sull'orizzontale si possono trascurare sia le forze di inerzia che gli attriti, l'equilibrio avviene dunque tra la componente orizzontale del gradiente di pressione e la forza di Coriolis. Il vento geostrofico e le correnti geostrofiche scorrono lungo le isobare lasciando a destra (nel nostro emisfero) le alte pressioni (legge di Buys Ballot) la loro velocità è pari al gradiente orizzontale di pressione diviso per la densità del fluido ed il parametro di Coriolis

$$U = \nabla_H p / \rho f$$

**Moti ciclonici e anticiclonici.** Quando le isobare non possono essere considerate rettilinee occorrerà tener conto anche della forza di inerzia centrifuga. Nell'emisfero boreale attorno ad un'area di bassa pressione, ciclonica, si instaurerà una circolazione lungo le isobare in senso antiorario, la velocità è inferiore a quella geostrofica in quanto al gradiente di pressione si oppone ora sia la forza di Coriolis che la forza centrifuga, ciò non toglie che i cicloni possono essere talvolta devastanti a causa di forti gradienti di pressione (**cicloni extratropicali**). Al contrario negli anticicloni la forza centrifuga è cooperante col gradiente di pressione e la velocità risulta maggiore della corrispondente velocità geostrofica, va però detto che affinché siano possibili soluzioni reali deve risultare

$$\frac{U^2}{R} + fU + \frac{\nabla_H P}{\rho} = 0 \quad \text{e quindi} \quad |\nabla_H P| \leq \rho R f^2 / 4$$

vale a dire che avvicinandosi al centro di un anticiclone il gradiente di pressione deve diminuire almeno in modo lineare. Tutti questi tipi di soluzione prendono il nome di *flussi o correnti di gradiente*, in atmosfera si parla di *vento di gradiente*. Le correnti reali assomigliano più alle correnti di gradiente che a quelle geostrofiche in quanto si tiene conto di un fattore in più: l'accelerazione centrifuga. In meteorologia la velocità geostrofica corretta in base alla curvatura delle isobare viene detta *velocità bilanciata*. Alle medie latitudini la differenza tra velocità geostrofica e velocità bilanciata in genere non supera il 10 – 20% anche se in casi eccezionali può arrivare al 50%

**Moti ciclostrofici** sono quelli in cui si può trascurare la forza di Coriolis, il che può avvenire in zona equatoriale o per fenomeni di piccola scala. Sull'orizzontale si equilibrano il gradiente di pressione e la forza centrifuga. La soluzione stazionaria è rappresentata da un moto circolare di velocità

$$U^2 = -\frac{R}{\rho} \nabla_H P$$

pertanto o il gradiente di pressione è positivo ed R è negativo e si ha un moto anticiclonico o viceversa con un moto ciclonico; in entrambi i casi il centro delle traiettorie circolari è un punto di bassa pressione. Un tipico esempio di moto ciclostrofico è quello di un **tornado**, in cui tra centro e periferia ad una distanza dell'ordine dei 300m si possono avere differenze di pressione di 10mb cui corrisponderebbe una velocità tangenziale di circa 30m/s ossia di oltre 100km/h. I tornado essendo fenomeni di piccola scala non risentono della forza di Coriolis e non hanno un verso di rotazione privilegiato, gli **uragani** sono **cicloni tropicali**, e, pur potendosi per l'equilibrio delle forze trascurare la forza di Coriolis, hanno un senso di rotazione esclusivamente ciclonico. Ad un uragano di raggio intorno ai 50 km su una zona in cui sussista un gradiente di pressione di 40mb/100km corrisponderebbe l'improbabile velocità geostrofica supersonica (!) di 640m/s, mentre ad esso potrebbe competere la più realistica velocità ciclostrofica di 40m/s, risultato molto prossimo ai valori osservati, anche se non si è in grado di stabilire con certezza il grado di accuratezza dell'approssimazione ciclostrofica in questo caso.

**Forze di attrito** sono presenti nello strato limite sia atmosferico che oceanico. Le forze di attrito sono dirette in senso contrario a quello del moto; esse, oltre a rallentare il moto, alterano l'equilibrio vettoriale delle forze in gioco deviando la direzione del moto verso le basse pressioni. Il vettore velocità descrive la [spirale di Ekman](#)

Le **brezze** sono fenomeni locali, per i quali la forza di Coriolis è trascurabile, dovuti al gradiente di temperatura che si instaura a causa del diverso irraggiamento tra la superficie del suolo e quella dell'acqua o, in qualche caso, tra suoli di caratteristiche diverse. Di giorno si può presentare una cella convettiva detta "[brezza di mare](#)", mentre di notte si ha più raramente la cella opposta detta "[brezza di terra](#)".

**CIRCOLAZIONE GENERALE OCEANICA E DELL'ATMOSFERA.** Vedere [ATMOSPHERIC CIRCULATION; WEATHER SYSTEMS.](#)