

Capitolo 7

Invarianza e Simmetrie

Sappiamo che in meccanica la conservazione della quantità di moto e del momento angolare sono collegate rispettivamente alla omogeneità e all'isotropia dello spazio. Queste sono due proprietà di invarianza, nel senso che sono legate all'invarianza dello spazio vuoto per traslazioni e per rotazioni. In meccanica quantistica questo legame tra invarianza e conservazione può essere messo in luce in maniera molto semplice. Sappiamo infatti che l'evoluzione temporale della funzione d'onda di un qualunque sistema fisico è governata dall'operatore hamiltoniano, secondo l'equazione

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \quad (7.1)$$

e che l'operatore che corrisponde alla derivata di un qualunque operatore f (non dipendente esplicitamente dal tempo) è dato dal commutatore dell'operatore con H :

$$\hat{f} = \frac{i}{\hbar} (\hat{H}f - f\hat{H}) \quad (7.2)$$

per cui gli operatori che rappresentano quantità conservate ($\dot{f} = 0$) devono commutare con H . In termini di autostati, si può dire che se in un certo istante la ψ è un autostato di \hat{f} , per cui la grandezza f ha un valore determinato, negli istanti successivi la grandezza f continua ad avere un valore determinato, che deve essere lo stesso di prima.

Ora l'hamiltoniano di una singola particella libera è dato da

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad (7.3)$$

e come si vede facilmente, è invariante per traslazione:

$$\hat{H}(\vec{r}') = \hat{H}(\vec{r} + \delta\vec{r}) = \hat{H}(\vec{r}). \quad (7.4)$$

Chiamando \hat{D} l'operatore che opera una traslazione su una qualunque funzione d'onda si ha:

$$\hat{D}\psi(\vec{r}) \equiv \psi(\vec{r} + \delta\vec{r}) = \psi(\vec{r}) + \delta\vec{r} \cdot \vec{\nabla}\psi(\vec{r}) \quad (7.5)$$

per cui, essendo $\vec{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$, otteniamo

$$\hat{D} = 1 + i/\hbar \delta\vec{r} \cdot \vec{p}. \quad (7.6)$$

Ora applichiamo l'operatore \hat{D} al prodotto $\hat{H}(\vec{r})\psi(\vec{r})$. Abbiamo

$$\hat{D}\hat{H}(\vec{r})\psi(\vec{r}) = \hat{H}(\vec{r} + \delta\vec{r})\psi(\vec{r} + \delta\vec{r}) = \hat{H}(\vec{r})\psi(\vec{r} + \delta\vec{r}) = \hat{H}(\vec{r})\hat{D}\psi(\vec{r}) \quad (7.7)$$

dove abbiamo sfruttato l'invarianza per traslazioni di \hat{H} . L'ultima relazione si può scrivere

$$\begin{aligned} \hat{D}\hat{H} - \hat{H}\hat{D} &= 0 \\ \hat{H} + i/\hbar \delta\vec{r} \cdot \vec{p}\hat{H} - \hat{H} - \hat{H}i/\hbar \delta\vec{r} \cdot \vec{p} &= 0 \\ i/\hbar \delta\vec{r} \cdot (\vec{p}\hat{H} - \hat{H}\vec{p}) &= 0 \end{aligned} \quad (7.8)$$

da cui

$$\vec{p}\hat{H} - \hat{H}\vec{p} = 0 \quad (7.9)$$

che esprime la conservazione dell'impulso.

Analogamente si può derivare la conservazione del momento angolare dalla invarianza dell'hamiltoniana per rotazioni intorno ad un asse. Ora, in linguaggio geometrico, l'invarianza dell'hamiltoniano sotto una determinata trasformazione sta a significare che l'hamiltoniano è simmetrico rispetto alla trasformazione data, ossia che tale trasformazione riporta l'hamiltoniano su se stesso. La *simmetria* dell'hamiltoniano sotto queste trasformazioni implica quindi la conservazione delle quantità fisiche che corrispondono alle trasformazioni stesse.

Se l'hamiltoniano in considerazione è quello che regola l'interazione di un sistema di particelle, l'esame delle proprietà di simmetria di H può essere uno strumento molto potente per analizzare la conservazione dei numeri quantici

nell'interazione stessa. D'altra parte, l'osservazione sperimentale della conservazione (o non conservazione) dei numeri quantici in una certa interazione permette di studiare le proprietà dell'hamiltoniana dell'interazione stessa.

A titolo di esempio, che sarà discusso nel paragrafo 7.5, il fatto che le interazioni nucleari forti sono indipendenti dalla carica (per esempio le forze nucleari non distinguono tra protone e neutrone) porta ad introdurre un numero quantico "interno", l'isospin, che distingue il protone e il neutrone. L'hamiltoniano delle interazioni forti deve essere quindi simmetrico per rotazioni nello spazio dell'isospin, e l'isospin deve quindi essere conservato. Inoltre le regole di combinazione dell'isospin permettono di determinare lo spettro che ci dobbiamo aspettare quando consideriamo i sistemi costituiti da più adroni.

Ma il risultato più sorprendente trovato in base alle analisi delle proprietà di simmetria delle interazioni elementari è senza dubbio la *violazione della parità nelle interazioni deboli*, che verrà discussa nel paragrafo 7.4. Prima dobbiamo però introdurre la trasformazione di riflessione o *parità spaziale*.

7.1 Parità

L'espressione (7.3) dell'hamiltoniano di particella libera, oltre ad essere invariante per traslazioni e per rotazioni, è anche palesemente invariante per il cambiamento simultaneo del segno di tutte e tre le coordinate, $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$. Notiamo subito che questa trasformazione corrisponde ad una inversione speculare, ossia al cambiamento di una sola delle tre coordinate seguito da una rotazione di 180° intorno all'asse di questa, per cui si parla solitamente di riflessione. Notiamo anche che non è possibile ottenere la riflessione semplicemente combinando delle rotazioni, e che invece cambiando segno successivamente a due assi qualunque si ottiene un sistema che può essere sovrapposto di nuovo con successive rotazioni al sistema di partenza. In altri termini, ogni riflessione cambia una terna levogira in una destrógira e viceversa. Questa alternanza di due casi possibili in una serie di riflessioni è l'origine del termine di *parità* per indicare questa trasformazione.

L'operatore corrispondente alla riflessione è \hat{P} , definito da

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}). \quad (7.10)$$

Applicando due volte l'operatore \hat{P} si riottiene lo stato di partenza, per cui gli autostati della parità devono avere $P^2 = 1$, ossia $P = \pm 1$. Gli stati con

$P = 1$ sono detti *pari*, mentre quelli con $P = -1$ sono detti *dispari*. Se consideriamo un sistema di più particelle indipendenti, la funzione d'onda complessiva sarà il prodotto delle funzioni d'onda delle singole particelle. Applicando \hat{P} alla funzione d'onda complessiva, questa risulterà moltiplicata per ± 1 a seconda che il prodotto di tutte le parità delle singole particelle sia ± 1 , ossia: $P_T = P_1 \cdot P_2 \cdot \dots$. La parità è quindi un numero quantico moltiplicativo.

La parità degli autostati del momento angolare si deriva facilmente dalla forma delle armoniche sferiche, da cui risulta $P = (-1)^l$.

Se l'hamiltoniano di un sistema è simmetrico rispetto alla parità, ossia se è invariante per riflessioni spaziali (e quindi commuta con l'operatore parità, $\hat{P}\hat{H} = \hat{H}\hat{P}$) allora la parità è conservata, per cui se il sistema è in uno stato di parità definita (autostato della parità) questa parità si conserva. Se lo stato iniziale di una interazione il cui hamiltoniano sia simmetrico rispetto alla parità ha una parità definita, anche lo stato finale deve avere la stessa parità.

Poiché per una particella libera, data l'invarianza per riflessioni del suo hamiltoniano, la parità è conservata, si potrebbe pensare, in analogia con l'impulso ed il momento angolare, che si debba conservare anche la parità di un sistema isolato. Ossia che le leggi fisiche che regolano le interazioni del sistema isolato, oltre ad essere simmetriche per traslazioni nello spazio e per rotazioni dello spazio, lo debbano essere anche per riflessioni. Con linguaggio figurato, si potrebbe dire che le leggi fisiche sono le stesse al di qua e al di là di uno specchio. Questa era in effetti una convinzione radicata, fino alla scoperta della violazione della parità nelle interazioni deboli (paragrafo 7.4).

Se consideriamo la natura geometrica delle varie grandezze fisiche, vediamo che oltre alla solita classificazione in scalari, vettori ecc. dobbiamo aggiungere anche le proprietà di trasformazione sotto la parità. Tra le quantità scalari, chiameremo *pseudoscalari* quelle che hanno parità negativa, e semplicemente scalari le altre. I normali vettori, come la posizione o l'impulso, hanno evidentemente parità negativa, mentre il prodotto vettoriale di due vettori non cambia di segno, e viene quindi detto *pseudovettore*: il momento angolare è quindi uno pseudovettore. Il prodotto scalare di due vettori o di due pseudovettori è uno scalare, mentre il prodotto scalare di un vettore con uno pseudovettore è uno pseudoscalare. Se l'hamiltoniano di interazione (e quindi in definitiva la probabilità di transizione) dipende da una quantità dispari, e quindi non è simmetrico rispetto alla parità, in quella interazione la parità non sarà conservata.

7.2 Parità intrinseca

Come nell'analisi della conservazione del momento angolare è necessario includere nel conto il momento angolare intrinseco delle varie particelle, così ci si può domandare se le singole particelle abbiano una parità intrinseca. Finché il numero totale di particelle dello stesso tipo non cambia nell'evoluzione del sistema, dato il carattere moltiplicativo della parità, il prodotto di tutte le parità intrinseche dello stato iniziale deve essere uguale al prodotto di tutte le parità intrinseche dello stato finale, e non può quindi essere determinato sperimentalmente. Nelle interazioni nelle quali il numero delle particelle cambia, per esempio perché viene prodotta una singola particella, come nel caso dei bosoni, o una coppia di particelle, come nel caso dei fermioni, possiamo invece portare avanti una analisi di questo tipo e determinare la parità intrinseca delle particelle in base alle reazioni che vengono effettivamente osservate. La situazione è abbastanza diversa per fermioni o bosoni, sempre a causa del carattere moltiplicativo della parità.

7.2.1 Parità dei fermioni

Poiché i fermioni devono essere sempre prodotti (o annichilano) in coppie, non è possibile determinare la parità assoluta di particella e antiparticella, ma solo la loro parità relativa.

La parità relativa di elettrone e positrone può essere determinata analizzando le annichilazioni

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$$

dove la coppia e^+e^- si trova in uno stato detto *parapositronio* caratterizzato dall'aver momento totale nullo (onda s). La parità iniziale è quindi $P_i = P_{e^+}P_{e^-}$. La parità di uno stato con due fotoni con momento totale nullo è positiva o negativa a seconda che i vettori polarizzazione dei due fotoni siano tra loro paralleli o ortogonali¹. Una misura indiretta della polarizzazione dei fotoni dello stato finale mostra che le polarizzazioni sono ortogonali e quindi che il prodotto $P_{e^+}P_{e^-}$ deve essere negativo.

Questo risultato è coerente con la teoria quantistica relativistica, nella quale la funzione d'onda dei fermioni descrive contemporaneamente la coppia fermione-antifermione e l'equazione che governa questa funzione d'onda, l'equazione di Dirac, richiede che ciascun fermione abbia parità opposta a

¹Si veda ad esempio L. Landau, E. Lifchiz: Teoria quantistica relativistica, par. 9.

quella del corrispondente antifermione. Essendo arbitraria la parità assoluta dei fermioni, per ogni coppia fermione-antifermione (elettrone, muone, protone ecc.) per convenzione si fissa positiva la parità del fermione e negativa quella dell'antifermione:

$$P_{e^-} = P_{\mu^-} = P_{\tau^-} = P_p = P_n \equiv 1$$

$$P_{e^+} = P_{\mu^+} = P_{\tau^+} = P_{\bar{p}} = P_{\bar{n}} \equiv -1$$

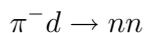
Come vedremo nel paragrafo 7.7, la scelta per la parità dei nucleoni corrisponde ad assegnare parità positiva ai quark e negativa agli antiquark.

7.2.2 Parità dei fotoni

La densità di carica elettrica è uno scalare e l'operatore divergenza è dispari, per cui dalla prima equazione di Maxwell, $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$, segue che il campo elettrico deve essere dispari, ed è quindi un vettore. Essendo dispari anche l'operatore gradiente ed essendo pari la derivata rispetto al tempo, dalla relazione tra campo elettrico e potenziali, $\vec{E} = -\nabla\phi - \partial\vec{A}/\partial t$, segue che ϕ è uno scalare ed \vec{A} un vettore. Se il potenziale vettore rappresenta quindi il limite classico del campo del fotone, la parità intrinseca del fotone deve essere negativa.

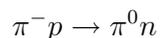
7.2.3 Parità dei pioni

La parità intrinseca dei pioni fu stabilita in un esperimento che studiava l'arresto di pioni negativi su bersagli di idrogeno e deuterio (Panofsky, Aamodt e Hadley, 1951). La reazione rilevante per la parità è la seguente:

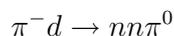


nella quale il pione è catturato negli orbitali atomici del deuterio, trasformando il protone in neutrone. Per essere assorbito, deve scendere verso i livelli più interni, con emissione di fotoni (nello spettro dei raggi X). L'assorbimento deve avvenire in un orbitale s , l'unico con probabilità ragionevole di sovrapposizione tra pioni e nucleo di deuterio. Lo spin totale del deuterio è 1 come il suo momento angolare totale J . Il suo momento orbitale è quindi nullo, per cui la parità orbitale è pari. Le parità intrinseche di p e n , come abbiamo visto, sono le stesse, per cui la parità totale del deuterio è pari. La

parità dello stato iniziale è quindi data dalla parità intrinseca del π^- , visto che è pari sia la sua parità orbitale (assorbimento in onda s) che la parità del deuterio. La parità dello stato finale può essere dedotta dalla conservazione del momento angolare e dal principio di esclusione di Pauli: lo stato finale di due fermioni identici deve essere antisimmetrico ed ha momento totale $J = 1$, come quello iniziale (assumendo che il pione abbia spin nullo: in realtà questa circostanza fu stabilita quasi contemporaneamente, ma da altri esperimenti). Se gli spin fossero opposti ($S = 0$), la funzione d'onda di spin sarebbe antisimmetrica, per cui dovrebbe essere simmetrica la funzione d'onda spaziale ($L = 0, 2, \dots$) e non sarebbe possibile avere $J = S + L = 1$. Lo stato con spin paralleli ($S = 1$) ha funzione d'onda di spin simmetrica, per cui deve essere dispari il momento orbitale e di conseguenza la parità. La parità intrinseca del π^- è quindi negativa. Notiamo anche che il pione neutro era stato osservato soltanto un anno prima, ma già nell'esperimento che abbiamo discusso, osservando la reazione



e soprattutto attraverso la non osservazione della reazione



si potè stabilire che anche il π^0 ha parità negativa. Anche in questo caso, l'assunzione che i tre pioni abbiano parità negativa è in accordo col modello a quark, per il quale i pioni sono formati da coppie di quark ed antiquark (vedi il paragrafo 7.7). Notiamo anche che il fatto che per i bosoni particelle ed antiparticelle hanno la stessa parità, a differenza delle coppie di fermioni, è del tutto generale.

7.3 Simmetrie C e T

Un'altra simmetria o trasformazione discreta è quella che si ottiene sostituendo ad ogni particella la relativa antiparticella, scambiando quindi il segno della carica (e quindi del momento magnetico) e degli altri numeri quantici interni (numero barionico, leptonico ecc.) e lasciando invariate le grandezze dinamiche (impulso, spin ecc.). Questa simmetria è detta *coniugazione di carica* e si indica con C , mentre l'operatore che la realizza è \hat{C} . Anche per questa simmetria, la sua conservazione implica che il suo operatore commuti

con l'hamiltoniano: $\hat{C}\hat{H} = \hat{H}\hat{C}$. Analogamente alla parità, l'operatore \hat{C} è hermitiano, ha come autovalori ± 1 ed è un numero quantico moltiplicativo. Notiamo subito che nessuna particella carica può essere autostato di \hat{C} , mentre lo è qualunque coppia di particella e antiparticella: per esse, l'autovalore sarà 1 o -1 a seconda che la funzione d'onda complessiva sia simmetrica o antisimmetrica. Le particelle neutre possono essere o meno autostati di \hat{C} : lo è per esempio il fotone (che ha C-parità negativa, come si deduce considerando che il potenziale vettore cambia di segno per lo scambio di tutte le cariche che generano il campo elettromagnetico), ma non lo è il neutrone, che è distinto dalla sua antiparticella.

Sappiamo che le interazioni forti e quelle elettromagnetiche sono invarianti sotto \hat{C} . Una conseguenza di questa circostanza è che il π_0 decade in due fotoni, ed ha quindi C-parità positiva, mentre non decade in tre fotoni (B.R. $< 3 \cdot 10^{-8}$), stato a C-parità negativa.

La terza simmetria discreta che vogliamo discutere è la trasformazione $t \rightarrow -t$, a cui corrisponde l'operatore di inversione temporale \hat{T} . A questo operatore, che cambia il segno a tutti gli impulsi e le proiezioni dei momenti angolari, non corrisponde nessuna osservabile, e quindi nessuna legge di conservazione. La sua "conservazione", ossia la sua commutatività con \hat{H} , è l'analogo della reversibilità delle leggi della meccanica, per cui se si invertono istantaneamente le velocità di tutte le particelle, il moto si svolge all'indietro in maniera perfettamente invertita. Quindi se si considera una reazione che porta un certo stato iniziale in uno stato finale, la conservazione di T implica che, se si invertono gli impulsi e le proiezioni dei momenti angolari di tutte le particelle dello stato finale, la reazione inversa deve aver luogo con la stessa ampiezza.

Come per P e C, anche T è conservato nelle interazioni forti ed elettromagnetiche, ma non nelle interazioni deboli. Tuttavia si può dimostrare un teorema, detto *teorema CPT*, secondo il quale in ogni teoria quantistica relativistica l'applicazione combinata di \hat{C} , \hat{P} e \hat{T} deve commutare con \hat{H} . Una conseguenza di questo teorema è che le masse, i momenti magnetici e le vite medie di particelle ed antiparticelle devono essere uguali. Sulla base dello stesso teorema possiamo però stabilire immediatamente che se una certa interazione non conserva la combinazione di C e P, allora in essa deve essere violata anche T, per poter conservare CPT.

7.4 Violazione della parità

Le prime idee sulla possibile non conservazione della parità nelle interazioni deboli vennero formulate in relazione al cosiddetto $\theta - \tau$ puzzle (si veda il paragrafo 6.5), che consisteva nel fatto che queste due particelle, che avevano la stessa massa e la stessa vita media, decadevano rispettivamente in 2π e 3π e dovevano avere quindi parità intrinseca opposta: infatti il pione, come abbiamo visto, è $J^P = 0^-$, per cui gli stati con due pioni devono essere 0^+ , 1^- , ecc. mentre gli stati con tre pioni, in base ad una analisi sperimentale dei decadimenti (*Dalitz plot*), possono essere 0^- , 2^- , ecc., per cui la parità è comunque opposta. Nel 1956, Lee e Yang misero in luce che non erano mai state registrate evidenze sperimentali sulla conservazione della parità nelle interazioni deboli, per cui, rinunciando a questa convinzione, si poteva assumere che si trattasse semplicemente di due possibili decadimenti di un'unica particella, che oggi chiamiamo mesone K .

Per mettere dunque alla prova l'assunzione "naturale" della conservazione della parità, era necessario evidenziare una dipendenza di qualche probabilità di transizione debole da una quantità dispari sotto la parità. Lee e Yang suggerirono di studiare l'isotropia degli elettroni emessi nei decadimenti deboli di nuclei polarizzati: se la parità è conservata per cui l'hamiltoniano è invariante sotto questa trasformazione, ci si aspetta che la distribuzione degli elettroni di decadimento rispetto alla direzione della polarizzazione originale abbia valor medio nullo: infatti uno stato con un elettrone diretto verso l'alto rispetto alla polarizzazione del nucleo si trasforma sotto parità in uno stato con l'elettrone diretto verso il basso (l'impulso dell'elettrone è un vettore e deve cambiare verso) con la polarizzazione che rimane invariata, essendo lo spin del nucleo uno pseudovettore. Se la probabilità di questi due stati è uguale, allora il valor medio della proiezione dell'impulso degli elettroni lungo la direzione della polarizzazione iniziale sarà nullo. Se viceversa la probabilità di questi due stati è diversa, per cui gli elettroni sono emessi di preferenza verso l'alto o verso il basso rispetto alla polarizzazione iniziale, allora l'hamiltoniano dell'interazione non è invariante sotto parità (dipende dalla proiezione di un vettore su uno pseudovettore, che è una quantità pseudoscalare) e la parità non si conserva.

La polarizzazione degli spin dei nuclei si può realizzare allineando il corrispondente momento magnetico con un campo magnetico esterno. Questa semplice idea è in realtà molto difficile da realizzare sperimentalmente, per il fatto che il momento magnetico corrispondente ad un determinato momento

angolare è inversamente proporzionale alla massa della particella, ed è quindi molto più piccolo per un nucleo che per un elettrone. D'altra parte la polarizzazione P , ossia la frazione media di particelle orientate, è proporzionale al momento magnetico del nucleo ed all'intensità del campo magnetico polarizzante e inversamente proporzionale alla temperatura:

$$P \propto \frac{\mu B}{kT}$$

dove k è la costante di Boltzmann. L'ordine di grandezza del campo magnetico necessario per ottenere una polarizzazione sensibile è dunque $B = kT/\mu$ e per i nuclei è migliaia di volte maggiore di quello necessario per la polarizzazione degli atomi, dovuta al momento angolare e allo spin degli elettroni. Anche a temperature molto basse, dell'ordine del centesimo di K, una polarizzazione significativa dei nuclei richiede quindi campi magnetici proibitivi, dell'ordine di 10 T.

Nonostante queste difficoltà, l'idea fu realizzata appena un anno dopo dalla Sig.ra Wu in uno storico esperimento che riuniva le più avanzate conoscenze della fisica atomica, nucleare e della criogenia.

7.4.1 L'esperimento del ^{60}Co

L'esperimento fu realizzato studiando i decadimenti del cobalto-60 secondo la reazione:



La transizione avviene tra uno stato di spin 5 ed uno stato di spin 4 che hanno la stessa parità ed appartiene alle cosiddette interazioni di Gamow-Teller. Il nucleo di nichel eccitato decade successivamente nello stato fondamentale attraverso una sequenza di due decadimenti radiativi. I due fotoni sono emessi preferenzialmente in un piano ortogonale allo spin del nucleo di nichel e questa circostanza permette di determinare lo stato di polarizzazione nucleare attraverso una misura dell'anisotropia dei fotoni.

Il cobalto, insieme al ferro, al nichel e ad alcune terre rare (noti come paramagneti di Van Vleck), è un atomo paramagnetico che è in grado di generare, in prossimità del suo nucleo, campi magnetici elevatissimi: a temperature sufficientemente basse, con un piccolo campo magnetico esterno che consenta di allineare i momenti atomici si possono ottenere così quegli altissimi campi magnetici necessari alla polarizzazione dei nuclei.

Le basse temperature necessarie, ben inferiori alla temperatura dell'elio liquido (~ 1 K) potevano essere realizzate utilizzando la tecnica della depolarizzazione adiabatica dei sali paramagnetici. Questa tecnica (che aveva permesso nei primi anni '30 di scendere per la prima volta sotto la temperatura dell'elio liquido e rimase per un lungo periodo la tecnica criogenica più potente) si basa sulla variazione dell'entropia associata all'ordinamento di un sistema di dipoli magnetici. Poiché l'ordinamento è il risultato della competizione tra il campo magnetico e l'agitazione termica, l'entropia deve dipendere dal rapporto tra la temperatura e il campo magnetico orientante: $s \propto T/B$. In una depolarizzazione adiabatica reversibile l'entropia deve mantenersi costante, per cui la diminuzione di B deve essere compensata da una diminuzione simultanea di T .

La sostanza paramagnetica utilizzata era costituita da un cristallo di nitrato di cerio-magnesio, sul quale i nuclei di cobalto erano depositati in uno strato sottile e con un ottimo contatto termico. Il cristallo era posto in un criostato (ossia un recipiente termicamente isolato) contenente elio liquido ed era in contatto termico con questo attraverso i vapori di elio. La polarizzazione degli atomi del cristallo era realizzata a temperatura costante con un intenso campo magnetico esterno prodotto da un ferromagnete. L'elio gassoso veniva poi pompato via dal criostato (lasciando quindi il cristallo termicamente isolato) e quindi il campo magnetico veniva rimosso, dando luogo ad una depolarizzazione adiabatica reversibile, nella quale l'entropia deve mantenersi costante. Nelle condizioni dell'esperimento, questa tecnica permetteva di raggiungere una temperatura di 0.01 K. A questo punto, il rapido inserimento di un solenoide produceva il debole campo magnetico sufficiente per riorientare i momenti atomici del cobalto, che generavano a loro volta sui loro nuclei l'intenso campo magnetico necessario per la polarizzazione dei momenti magnetici nucleari.

Lo schema dell'esperimento è mostrato in Fig. 7.1. La polarizzazione dei nuclei è misurata come si è detto dall'anisotropia dei fotoni emessi nella catena di decadimento del nichel. A tal fine, due cristalli di ioduro di sodio (NaI) sono posizionati rispettivamente nella direzione del campo magnetico (B) e sul piano ortogonale ad esso (A). Normalizzando all'unità i conteggi dei due contatori in assenza di polarizzazione, quando la polarizzazione nucleare è realizzata A deve contare più di B. E' quanto si osserva nel grafico in alto a destra, dove i conteggi di A e B sono riportati in funzione del tempo, a partire dal momento in cui si inserisce il campo magnetico solenoidale. Il campione si riscalda con una costante di tempo di qualche minuto, per cui

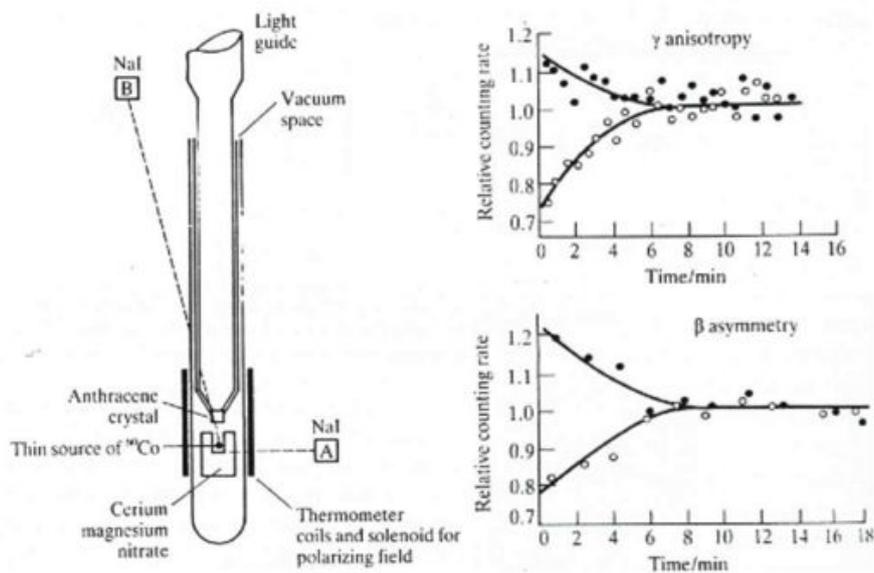


Figura 7.1: L'esperimento del ^{60}Co . A sinistra, schema dell'esperimento: il campo magnetico è orientato secondo la verticale; i due scintillatori di NaI rivelano i fotoni emessi rispettivamente nella direzione del campo magnetico (B) e sul piano ortogonale ad esso (A); il cristallo di antracene rivela gli elettroni emessi verso l'alto. A destra, in funzione del tempo, e quindi della temperatura del campione, in alto frequenza relativa dei fotoni nei due contatori (cerchi pieni: contatore A, cerchi vuoti: contatore B), in basso frequenza relativa degli elettroni (cerchi pieni: campo diretto verso il basso, cerchi vuoti: campo diretto verso l'alto).

dopo circa 6/8 minuti la polarizzazione dei nuclei è completamente rimossa e la distribuzione dei fotoni ridiventa isotropa.

Una ulteriore difficoltà è data dalla rivelazione degli elettroni, che non sarebbero in grado di fuoriuscire dalle spesse pareti del criostato. Il rivelatore di elettroni deve essere quindi posizionato subito sopra al campione, ad una temperatura di circa 1 K ed è costituito da un cristallo di antracene. Non essendo possibile operare un fotorivelatore ad una simile temperatura, il segnale luminoso doveva essere portato all'esterno del criostato attraverso una lunga guida di luce, fino ad un fotomoltiplicatore che operava a temperatura ambiente.

L'asimmetria degli elettroni emessi in condizioni di polarizzazione è evidente nel grafico in basso: normalizzando i conteggi alle condizioni di non polarizzazione (tempi maggiori di 8 minuti), la frequenza degli elettroni emessi nella stessa direzione del campo magnetico è inversamente proporzionale alla polarizzazione dei nuclei. Gli elettroni sono emessi quindi preferenzialmente in direzione opposta alla polarizzazione. La dipendenza dell'asimmetria degli elettroni dalla temperatura, perfettamente correlata col grado di polarizzazione misurato con i fotoni, esclude che l'effetto potesse essere legato in qualche modo alla interazione dello stato finale col campo magnetico, che non cambia nel tempo. Inoltre, invertendo il campo magnetico, l'asimmetria si invertiva quasi perfettamente, escludendo quindi che l'asimmetria fosse generata da altri effetti strumentali.

La probabilità del decadimento β del cobalto dipende quindi dal prodotto scalare tra uno pseudovettore, lo spin del nucleo, ed un vettore, la direzione degli elettroni. Se ne conclude che anche l'hamiltoniano del decadimento deve mostrare la stessa dipendenza e non è quindi invariante sotto trasformazioni di parità. In conseguenza, la parità risulta non conservata nei decadimenti β dei nuclei.

7.4.2 Violazione della parità nei decadimenti del pione e del muone

Una volta osservata la violazione della parità nei decadimenti β dei nuclei, era naturale ricercarne gli effetti anche nei decadimenti in volo dei pioni in muoni e dei muoni in elettroni. La violazione della parità si manifesta attraverso la polarizzazione dello spin dei muoni lungo la direzione di volo di questi. A sua volta, la direzione di decadimento del muone in elettrone deve

mostrare una anisotropia che si manifesta con una distribuzione $1 + a \cos \vartheta$, dove a dipende dal grado di polarizzazione dei muoni. La misura fu fatta indipendentemente da due gruppi, Friedman e Telegdi in emulsioni, osservando le tracce delle diverse particelle, e Garwin, Lederman e Weinrich utilizzando dei contatori: questo esperimento è particolarmente elegante, perché applicando un campo magnetico lo spin dei muoni viene fatto precedere tra il primo ed il secondo decadimento. Disponendo un contatore per gli elettroni in una posizione fissa, si osserva una modulazione dei conteggi in funzione del tempo². Da questa modulazione si ricava $a = -0.33 \pm 0.03$, coincidente con il valore di $1/3$ corrispondente ad una polarizzazione completa. Il periodo di questa modulazione permette inoltre di determinare il momento magnetico dei muoni, il cui rapporto giromagnetico viene così misurato per la prima volta e risulta essere uguale a 2. Può essere interessante notare che la stessa tecnica della precessione dello spin del muone è stata utilizzata oltre venti anni dopo dalla collaborazione CHARM per determinare la violazione della parità nel decadimento inverso del muone, ossia nella reazione $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$.

7.5 Isospin

Come è noto, le masse del protone e del neutrone sono molto vicine tra loro, 938.3 contro 939.6 MeV/ c^2 . Anche il comportamento di queste due particelle rispetto alle interazioni nucleari è simile, come si può vedere studiando le sezioni d'urto pp e np , corrette per gli effetti coulombiani. Ancora più notevole è la similitudine tra i livelli nucleari dei cosiddetti nuclei speculari, ossia quelli si ottengono scambiando il numero dei protoni con quello dei neutroni, per esempio ${}^7\text{Li}$, composto da 3 protoni e 4 neutroni, e ${}^7\text{Be}$, composto da 4 protoni e 3 neutroni, o ${}^{13}\text{C}(6p,7n)$ e ${}^{13}\text{N}(7p,6n)$.

Una semplice verifica può essere fatta confrontando la massa dell'elio con quella del trizio: ${}^3\text{He}(ppn)$ ha una energia di legame di 7.718 MeV, ${}^3\text{H}(pnn)$ di 8.481 MeV. Il raggio di Coulomb di ${}^3\text{He}$ è $r_C = 1.97 \text{ fm} = 9.98 \text{ GeV}^{-1}$, per cui l'energia coulombiana associata al protone in più è

$$V_C = \hbar c \frac{\alpha}{r_C} = 0.731 \text{ MeV} \quad (7.11)$$

quasi uguale alla differenza tra le energie di legame.

²In realtà, tenendo conto che il periodo di precessione è proporzionale al prodotto μH dove μ è il momento magnetico ed H è il campo magnetico esterno, la misura veniva fatta con un tempo di ritardo fisso, facendo variare l'intensità del campo magnetico.

Sulla base di queste circostanze, fin dagli anni '30, Heisenberg, Condon e Carren introdussero l'*isospin* come grado di libertà interno di un'unica entità, il nucleone, che compare in due possibili stati, il protone ed il neutrone. In base a questa ipotesi, le forze nucleari sono per loro natura indipendenti dalla carica. In analogia con lo spin, che per i fermioni può assumere due sole "proiezioni" , $\pm 1/2$, così il nucleone ha isospin $I = 1/2$, mentre per il protone $I_3 = 1/2$ e per il neutrone $I_3 = -1/2$. L'isospin si combina con le stesse regole dello spin, per cui per ogni valore dell'isospin I abbiamo $2I + 1$ valori di I_3 , a cui corrispondono dei $(2I + 1)$ -pletti di stati: così avremo un singoletto per $I = 0$, un doppietto per $I = 1/2$, un tripletto per $I = 1$ ecc. Per esempio, uno stato np ($I_3 = 0$) può appartenere sia ad un singoletto che ad un tripletto.

Per un nucleo composto da Z protoni e N neutroni, la proiezione dell'isospin sarà data dalla somma delle proiezioni degli isospin dei nucleoni componenti:

$$I_3(\text{nucleo}) = \frac{1}{2}Z - \frac{1}{2}N = \frac{Z - N}{2} \quad (7.12)$$

e considerando che la carica in unità della carica e del protone è $Q = Z$ ed il numero barionico è $B = Z + N$, si può esprimere il legame tra carica e proiezione dell'isospin attraverso la seguente formula:

$$Q = I_3 + \frac{B}{2}. \quad (7.13)$$

In assenza del campo elettromagnetico, che distingue le diverse proiezioni dell'isospin, l'hamiltoniano nucleare non distingue tra i vari stati, è invariante per rotazioni nello spazio dell'isospin. L'isospin è dunque conservato dalle interazioni forti, ma non in quelle elettromagnetiche (né in quelle deboli). Le differenze di massa tra membri dello stesso multipletto di isospin sono quindi da attribuirsi esclusivamente alle interazioni elettromagnetiche: se queste non ci fossero, il neutrone ed il protone avrebbero la stessa massa, e il neutrone sarebbe stabile.

L'introduzione del numero quantico di isospin richiede di rivisitare le condizioni imposte dalla statistica alle funzioni d'onda dei sistemi che rappresentano dei fermioni: come più volte ricordato, queste devono essere antisimmetriche. Per un sistema di due fermioni, l'antisimmetria garantisce il principio di esclusione di Pauli, che esclude che due fermioni identici possano trovarsi nello stesso stato, ossia abbiano tutti gli stessi numeri quantici. Nell'ipotesi

dell'isospin, i nucleoni sono particelle identiche e la richiesta di antisimmetria deve essere applicata alla funzione d'onda espressa come

$$\Psi = \psi(\text{spaziale})\chi(\text{spin})I(\text{isospin}). \quad (7.14)$$

Come abbiamo più volte ricordato, per quanto riguarda il momento orbitale, sulla base della simmetria delle armoniche sferiche, L pari dà luogo a funzioni simmetriche, L dispari a funzioni antisimmetriche, per cui la simmetria della ψ è data da $(-1)^L$. Per quanto riguarda lo spin, due particelle con spin opposto (spin totale $S = 0$) sono antisimmetriche, mentre due particelle con spin uguale sono simmetriche. La simmetria della χ può essere espressa da $(-1)^{S+1}$. Per l'isospin la simmetria è formalmente analoga allo spin e si può quindi scrivere come $(-1)^{I+1}$. La simmetria complessiva di un sistema di due nucleoni deve essere quindi $(-1)^L(-1)^{S+1}(-1)^{I+1} = (-1)^{L+S+I} = -1$ (ossia $L + S + I$ dispari) per avere una funzione d'onda complessiva antisimmetrica, come richiesto dal principio di Pauli.

Queste considerazioni possono essere applicate al deutone, lo stato legato np che costituisce il nucleo del deuterio. Questo stato ha evidentemente $I_3 = 0$. Non osservandosi stati legati pp o nn , che costituirebbero gli altri componenti $I_3 = \pm 1$ di uno stato di tripletto $I = 1$, possiamo assumere che l'unico stato osservato costituisca un singoletto $I = 0$. Ma allora $L + S$ deve essere dispari, e quindi lo stato fondamentale ($L = 0$) deve avere spin totale $S=1$, come verificato sperimentalmente.

7.6 Risonanze adroniche

La maggior parte delle particelle che abbiamo fin qui incontrato è stabile o decade attraverso le interazioni deboli, con vite medie superiori a 10^{-10} s. Queste particelle possono quindi percorrere distanze che ne permettono la osservazione sotto forma di tracce in camere a bolle o in emulsioni. Abbiamo però detto più volte che le particelle che decadono per interazione forte hanno vite medie di vari ordini di grandezza più brevi, che non lasciano quindi tracce misurabili nei rivelatori. Ci si può domandare quindi come sia possibile determinarne la vita media. D'altra parte abbiamo visto che in base al principio di indeterminazione, una vita media breve implica una indeterminazione nell'energia dello stato, che si traduce nel fatto che diverse misure della massa di queste particelle daranno valori diversi. Sappiamo anche che

la distribuzione di massa deve avere un andamento alla Breit-Wigner, dato dalla (5.35). Quindi da una misura della larghezza della distribuzione di massa si può ricavare il valore della vita media. Per esempio, una larghezza $\Gamma = \Delta Mc^2 = 100 \text{ MeV}$ corrisponde ad una vita media $\tau = \hbar/(100 \text{ MeV}) \simeq 10^{-23} \text{ s}$.

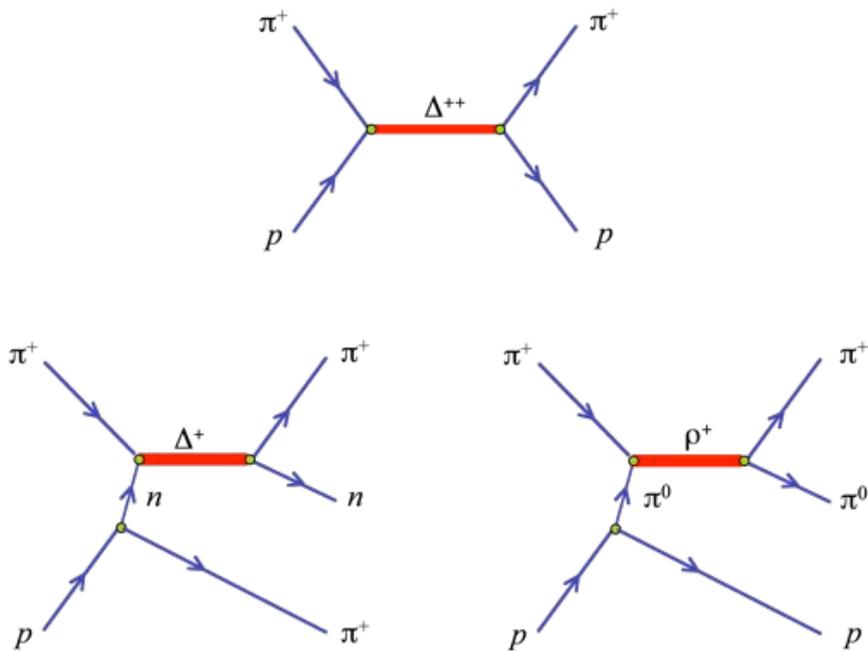


Figura 7.2: In alto, risonanza adronica in formazione. In basso, a sinistra risonanza barionica in produzione; a destra, risonanza mesonica in produzione.

Le risonanze possono essere osservate attraverso due processi distinti (figura 7.2): nel primo, detto di *formazione*, il proiettile ed il bersaglio hanno i numeri quantici e l'energia necessari per la formazione della risonanza in questione, per cui le particelle dello stato finale sono costituite dai prodotti di decadimento della risonanza. Nel secondo, detto di *produzione*, il bersaglio scambia col proiettile una particella virtuale con i numeri quantici necessari per la formazione della risonanza. Nello stato finale saranno presenti sia i prodotti di decadimento della risonanza, sia il bersaglio modificato nei suoi

numeri quantici dall'emissione della particella virtuale. Le risonanze mesoniche, di numero barionico pari a zero, sono necessariamente osservate in produzione, non essendo disponibile un bersaglio di mesoni. Le risonanze in formazione sono molto più semplici da osservare e misurare, in quanto è sufficiente l'osservazione di un picco nella sezione d'urto tra proiettile e bersaglio, e dall'andamento della sezione d'urto in funzione dell'energia nel centro di massa è possibile ricavare massa e larghezza della risonanza. Le risonanze in produzione invece richiedono la ricostruzione dello spettro in massa invariante dei prodotti di decadimento, il che implica la determinazione cinematica completa dello stato finale e la identificazione delle diverse particelle di esso.

Una misura assoluta della sezione d'urto di produzione permette di ricavare altre informazioni sulla risonanza osservata. Per una risonanza di spin zero e trascurando lo spin delle particelle incidenti, la formula di Breit e Wigner combinata con la regola d'oro di Fermi permette di scrivere direttamente la sezione d'urto in termini della larghezza:

$$\sigma = \frac{4\pi\hbar^2}{k^2} \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} \quad (7.15)$$

dove k^2 è il quadrato dell'impulso nel sistema del centro di massa: vediamo che la sezione d'urto alla risonanza non dipende dalle costanti di accoppiamento o altro. Se consideriamo una risonanza con spin $j \neq 0$ e consideriamo gli spin s_1 e s_2 del proiettile e del bersaglio, la sezione d'urto diventa invece:

$$\sigma = \frac{4\pi\hbar^2}{k^2} \frac{2j+1}{(2s_1+1)(2s_2+1)} \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (7.16)$$

Si vede quindi come una misura della sezione d'urto permette di determinare anche lo spin della risonanza in esame.

7.6.1 Risonanze barioniche

La prima risonanza in formazione fu osservata nel 1952 da Anderson, Fermi, Long e Nagle al Ciclotrone di Chicago. La prima osservazione fu la differenza nell'andamento in energia tra la sezione d'urto dei π^+ e quella dei π^- , che presentavano comunque entrambe un notevole aumento fino ad energie cinetiche dei pioni di circa 180 MeV. Benché l'energia del fascio non fosse sufficiente per esplorare tutto l'andamento alla Breit-Wigner delle sezioni d'urto (permettendo in pratica di osservarne solo la prima metà), una analisi

dettagliata delle distribuzioni angolari degli stati finali permise di stabilire che doveva trattarsi di uno stato con spin $3/2$, mentre la presenza di una risonanza nel canale $\pi^+p \rightarrow \pi^+p$, insieme al rapporto tra le sezioni d'urto di questo canale e dei canali $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$ e $\pi^-p \rightarrow \pi^-p$ mostra che deve trattarsi di un sistema di stati di isospin $3/2$. La analisi della diffusione πp fu completata nel 1956 al Ciclotrone di Rochester. La risonanza prende il nome di Δ , ha una massa di $\sim 1232 \text{ MeV}/c^2$ ed una larghezza di 120 MeV e compare in quattro stati di carica (con masse leggermente diverse tra loro), in accordo con la relazione (7.13), $Q = I_3 + 1/2$: Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 e Δ^- . Gli stati Δ^+ e Δ^0 furono osservati successivamente in processi di produzione.

Negli anni successivi, lo spettro delle risonanze barioniche si andò accrescendo sempre più, in particolare quando fasci di mesoni K al Bevatrone di Berkeley, intorno al 1960, permisero la scoperta in camera a bolle di risonanze con stranezza (Alvarez et al.), le Σ^* , tripletto con massa $\sim 1385 \text{ MeV}/c^2$ e le Ξ , doppietto con massa $\sim 1530 \text{ MeV}/c^2$.

7.6.2 Risonanze mesoniche

L'anno dopo lo stesso gruppo di Alvarez osservò la prima risonanza mesonica, nel canale $K^-p \rightarrow K^0\pi^-p$, evidentemente un mesone con stranezza, che come il K compare in due doppietti di stranezza ± 1 , detto K^* , con massa $\sim 894 \text{ MeV}/c^2$ e spin 1. Quasi contemporaneamente, un altro gruppo osservò, sempre in camera a bolle ma al Cosmotrone di Brookhaven, una risonanza nel canale $\pi\pi$, studiando la diffusione di pioni su protone. Questa risonanza, il ρ , con massa $\sim 760 \text{ MeV}/c^2$ compare in tre stati di carica, come il pione, ma ha spin 1. Ancora nello stesso anno, il gruppo di Alvarez, lavorando con un fascio di antiprotoni, trovò una risonanza nella reazione $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0$ come picco nella massa invariante $\pi^+\pi^-\pi^0$ a $\sim 782 \text{ MeV}/c^2$. Questa risonanza, l' ω , è neutra, ha spin 1 e non ha partner carichi.

Questa proliferazione di particelle e risonanze, che si presentano però in configurazioni regolari sia negli stati barionici che in quelli mesonici, suggerisce che vi sia una struttura nascosta che dia conto al tempo stesso della varietà e della regolarità delle configurazioni osservate. Questa linea di pensiero porterà prima ad una rappresentazione formale basata sul gruppo di simmetria $SU(3)$ e successivamente alla interpretazione fisica costituita dal modello a quark

7.7 La simmetria SU(3) e il modello a quark

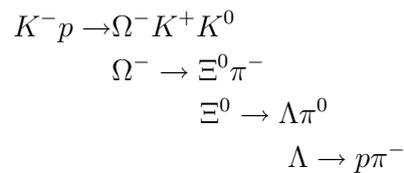
Se proviamo ad estendere il formalismo dell'isospin ai mesoni, e agli altri gruppi di particelle adroniche elencati nella tabella 6.1, vediamo che i pioni costituiscono un tripletto di masse vicine, e possono quindi essere considerati un tripletto di isospin con $I = 1, I_3 = -1, 0, 1$. Avendo numero barionico nullo, la formula (7.13) funziona perfettamente. Vediamo anche come l' η , che ha gli stessi numeri quantici del π^0 ma una massa molto maggiore, non può appartenere allo stesso multipletto. Può però essere considerato uno stato di singoletto, $I = 0, I_3 = 0$. Il doppietto K^+, K^0 dovrà avere $I = 1/2, I_3 = \pm 1/2$. La formula (7.13) però in questo caso non funziona. Considerando il doppietto coniugato di carica, K^-, \bar{K}^0 , si vede però che tutte e quattro le cariche sono riprodotte correttamente se si trasforma la (7.13) nel modo seguente:

$$Q = I_3 + \frac{B + S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (7.17)$$

dove $Y = B + S$ è detta *ipercarica*. Se ora esaminiamo i multipletti dei barioni con masse vicine, vediamo che ritroviamo la stessa struttura di isospin, due doppietti (n, p e Ξ^0, Ξ^-), un tripletto (le Σ) ed un singoletto (la Λ), mentre la formula della carica modificata (7.17) fornisce i corretti valori di tutte le cariche. Gli ottetti elencati nella tabella 6.1 possono essere allora rappresentati in un unico schema utilizzando due coordinate, I_3 e $Y = B + S$.

La *via degli ottetti (eightfold way)*, introdotta da Gell-Mann ed altri nei primi anni '60 venne formalizzata matematicamente attraverso le proprietà del gruppo di simmetria unitaria SU(3), che permetteva di dar conto di tutto lo spettro di adroni osservati, inclusi i mesoni di spin 1 e le risonanze barioniche di spin 3/2. La simmetria SU(3) non è esatta, e la conseguenza di ciò è che le masse dei componenti dei multipletti non sono degeneri: come già i multipletti di isospin hanno masse leggermente diverse, così le differenze di massa all'interno dei supermultipletti di SU(3), benché più marcate, mostrano regolarità perfettamente predicibili nell'ambito del meccanismo di rottura della simmetria. Non solo, ma le due particelle mancanti benché previste dallo schema, l' η (di massa 547 MeV/c²) e l' Ω^- furono osservate nel giro di due anni. L' Ω^- in particolare, aveva numeri quantici piuttosto particolari, completamente fissati dal modello: stranezza -3, isospin nullo (e dunque un singoletto), spin 3/2 e parità positiva. Gell-Mann arrivò a predirne la massa intorno a 1680 MeV/c². La sua scoperta in camera a bolle, attraverso un

solo evento spettacolare e inconfondibile a causa della lunga ma ineluttabile catena di decadimento (figura 7.3),



fu considerato un vero trionfo teorico e sperimentale.

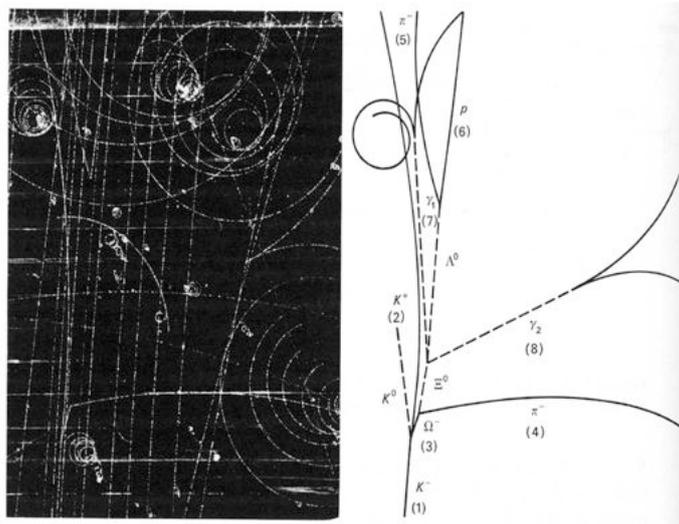


Figura 7.3: Osservazione dell' Ω^- in camera a bolle con la ricostruzione della catena di decadimento.

Notiamo che tutti i decadimenti dei barioni sono con cambiamento di stranezza e sono quindi deboli. L' Ω^- è dunque una particella e non una risonanza.

Si tratta ora di capire se la classificazione degli adroni in multipletti di $SU(3)$ ha una natura puramente matematica, o esprime qualcosa di fondamentale sulla struttura fisica degli adroni. L'idea ulteriore di Gell-Mann e Zweig è di identificare la rappresentazione fondamentale di $SU(3)$, il tripletto e l'antitripetto attraverso i quali si possono costruire i vari multipletti che

corrispondono alle particelle osservate fenomenologicamente, con un insieme di $3 + 3$ costituenti fondamentali degli adroni, i *quark*. I quark sono fermioni: due, l'*up* e il *down* sono un doppietto di isospin ($I = 1/2$) ed hanno stranezza nulla, il terzo, lo *strange*, è un singoletto di isospin ($I = 0$) ed ha stranezza -1. Il tripletto di antiquark ha naturalmente tutti questi numeri quantici scambiati. I barioni sono costituiti da 3 quark (gli antibarioni da 3 antiquark), mentre i mesoni sono costituiti da una coppia quark-antiquark. Da ciò risulta evidente che il numero barionico deve essere $1/3$ per i quark e $-1/3$ per gli antiquark, e quindi anche la carica deve essere frazionaria, secondo la (7.17). I vari numeri quantici dei due tripletti sono riportati nella tabella 7.1.

Tabella 7.1: Numeri quantici di quark e antiquark: per ogni quark sono indicati l'isospin I e la sua terza componente I_3 , il numero barionico B , la stranezza S , l'ipercarica Y e la carica elettrica Q

q	I	I_3	B	S	Y	Q	\bar{q}	I	I_3	B	S	Y	Q
u	$1/2$	$1/2$	$1/3$	0	$1/3$	$2/3$	\bar{u}	$1/2$	$-1/2$	$-1/3$	0	$-1/3$	$-2/3$
d	$1/2$	$-1/2$	$1/3$	0	$1/3$	$-1/3$	\bar{d}	$1/2$	$1/2$	$-1/3$	0	$-1/3$	$1/3$
s	0	0	$1/3$	-1	$-2/3$	$-1/3$	\bar{s}	0	0	$-1/3$	1	$2/3$	$1/3$

La composizione degli adroni in termini di quark si può ottenere scrivendo esplicitamente tutte le combinazioni di tre quark per i barioni, o di una coppia quark-antiquark per i mesoni. Più significativamente, i vari adroni possono essere costruiti attraverso il metodo grafico di combinazione dei tripletti rappresentato in figura 7.4 per i mesoni e in figura 7.5 per i barioni.

La tabella 6.1 può essere ora riscritta includendo l'isospin e l'ipercarica (tabella 7.2).

Oltre all'ottetto, le combinazioni possibili di due quark generano un ulteriore singoletto, da identificare con l' η' di massa $958 \text{ MeV}/c^2$. Se assegnamo ai quark parità positiva e agli antiquark parità negativa, la parità dei mesoni (assumendo ragionevolmente che lo stato fondamentale abbia momento orbitale nullo, e dunque parità orbitale positiva) deve essere negativa. Le combinazioni di $q\bar{q}$ che abbiamo considerato hanno gli spin antiparalleli, e costituiscono quindi un multipletto di mesoni pseudoscalari $J^P = 0^-$. Se i quark sono accoppiati con spin paralleli, otteniamo un secondo multipletto

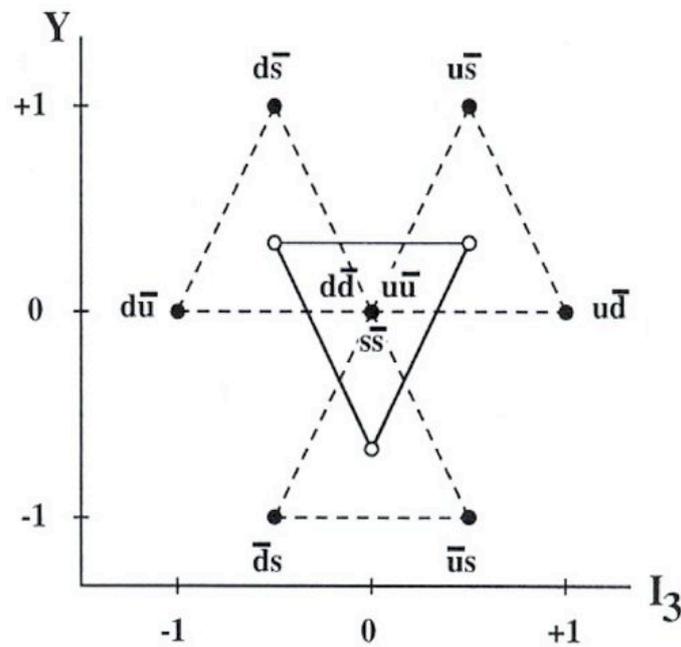


Figura 7.4: Costruzione grafica dei mesoni, costituiti da coppie quark-antiquark: i cerchi aperti rappresentano le posizioni del tripletto di quark nel piano ($I_3, Y = B + S$); con centro in ciascuno dei cerchi aperti, si riporta il tripletto di antiquark: i numeri quantici di ciascun punto pieno saranno quindi la somma dei numeri quantici di tutte le possibili coppie $q\bar{q}$, indicate in prossimità dei punti stessi. Possiamo riconoscere un ottetto ed un singoletto: in totale abbiamo infatti 9 stati, di cui 5 con $Y = 0$. Di questi, uno è un sigoletto, quattro appartengono all'ottetto: uno come sigoletto di isospin, tre come tripletto di isospin.

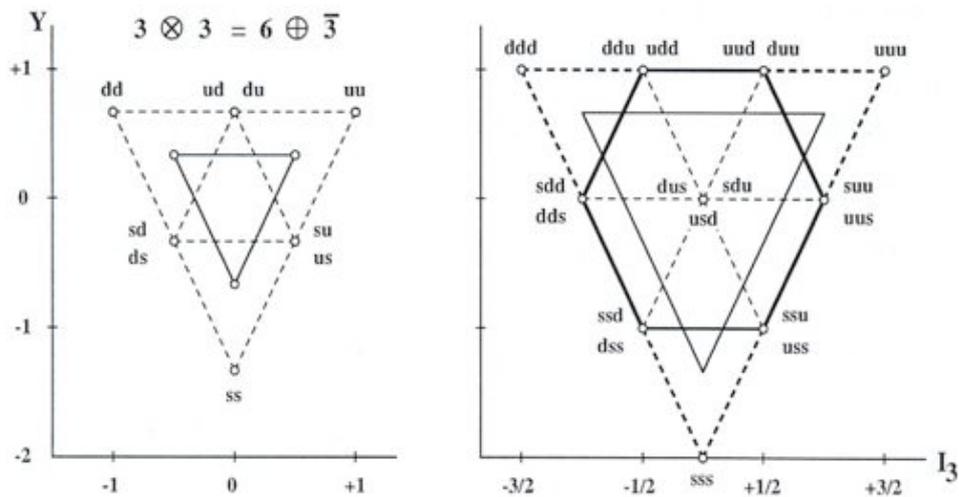


Figura 7.5: Costruzione grafica dei multipletti dei barioni: a sinistra è rappresentata la combinazione di due triplette di quark nel piano $(I_3, Y = S+B)$ (con la stessa procedura descritta nella figura 7.4), che danno luogo ad un sestetto, più un tripletto che ha la configurazione rovesciata degli antiquark; a destra, la combinazione del sestetto con un altro tripletto produce un ottetto ed un decupletto. Ai vertici del triangolo esterno sono presenti solo membri del decupletto, ai vertici dell'esagono la molteplicità degli stati è doppia, comparando sia i membri dell'ottetto che quelli del decupletto. A $Y = 0, I_3 = 0$, la molteplicità 3 è dovuta al membro del decupletto ed ai due membri dell'ottetto, un singoletto di isospin ed un membro con $I_3 = 0$ di un tripletto.

Tabella 7.2: Ottetti dei barioni di spin $1/2$ e dei mesoni pseudoscalari: per ogni particella sono indicati l'isospin I e la sua terza componente I_3 , il numero barionico B , la stranezza S e l'ipercarica Y

barioni	I	I_3	B	S	Y	mesoni	I	I_3	B	S	Y
p	$1/2$	$1/2$	1	0	1	K^+	$1/2$	$1/2$	0	1	1
n	$1/2$	$-1/2$	1	0	1	K^0	$1/2$	$-1/2$	0	1	1
Λ	0	0	1	-1	0	η	0	0	0	0	0
Σ^+	1	1	1	-1	0	π^+	1	1	0	0	0
Σ^0	1	0	1	-1	0	π^0	1	0	0	0	0
Σ^-	1	-1	1	-1	0	π^-	1	-1	0	0	0
Ξ^0	$1/2$	$1/2$	1	-2	-1	\bar{K}^0	$1/2$	$1/2$	0	-1	-1
Ξ^-	$1/2$	$-1/2$	1	-2	-1	K^-	$1/2$	$-1/2$	0	-1	-1

di mesoni vettori $J^P = 1^-$, nel quale possiamo accomodare tutte le risonanze mesoniche di spin 1 (tabella 7.3).

Per quanto riguarda i barioni, essendo costituiti da 3 quark avranno parità positiva, in accordo con quanto fissato per il protone ed il neutrone nel paragrafo 7.2.1. Mentre per i mesoni gli ottetti comprendono tutte le antiparticelle, le antiparticelle dei barioni costituiscono degli ulteriori multipletti di parità negativa. I tre quark generano anche un decupletto: questo corrisponde ai barioni di spin $3/2$, costituiti da tre quark con gli spin allineati, mentre l'ottetto corrisponde a due dei tre quark con spin antiparalleli. Il decupletto è riportato in tabella 7.4.

Notiamo infine che i tre stati ai vertici del triangolo del decupletto sono costituiti da quark che hanno tutti i numeri quantici uguali, ed avendo momento orbitale nullo, devono avere funzione d'onda completamente simmetrica, in palese contrasto col principio di esclusione di Pauli. Come si vedrà, questo è uno degli argomenti per introdurre nei quark il numero quantico di colore, alla base della teoria della *cromodinamica quantistica*.

Tabella 7.3: L'ottetto e il singoletto dei mesoni vettori.

Mesoni vettori	Massa (MeV/c ²)	I	I_3	B	S	Y
K^{*+}	892	1/2	1/2	0	1	1
K^{*0}	896	1/2	-1/2	0	1	1
ω	782	0	0	0	0	0
ρ^+	769	1	+1	0	0	0
ρ^0	769	1	0	0	0	0
ρ^-	769	1	-1	0	0	0
\bar{K}^{*0}	896	1/2	1/2	0	-1	-1
K^{*-}	892	1/2	-1/2	0	-1	-1
ϕ	1019	0	0	0	0	0

Tabella 7.4: Il decupletto dei barioni di spin 3/2.

Barioni	Massa (MeV/c ²)	I	I_3	B	S	Y
Δ^{++}	1232	3/2	3/2	1	0	1
Δ^+	1232	3/2	1/2	1	0	1
Δ^0	1232	3/2	-1/2	1	0	1
Δ^-	1232	3/2	-3/2	1	0	1
Σ^+	1383	1	1	1	-1	0
Σ^0	1384	1	0	1	-1	0
Σ^-	1387	1	-1	1	-1	0
Ξ^0	1532	1/2	1/2	1	-2	-1
Ξ^-	1535	1/2	-1/2	1	-2	-1
Ω^-	1672	0	0	1	-3	-2