

Esercizi di Calcolo e Biostatistica

1. Calcolare, nel punto $x = 1$, le derivate delle funzioni seguenti:

$$f_1(x) = \sqrt{x^4 + 1}, \quad f_2(x) = 1 - e^{x^2}, \quad f_3(x) = (2x^4 + 1)^5.$$

2. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^x 4x^5 dx, \quad \int_0^x \frac{6}{x^3} dx, \quad \int_0^x \frac{2+7x}{x^2} dx, \quad \int_0^x -e^{2x} dx.$$

3. Calcolare le derivate delle funzioni seguenti

$$f_1(x) = \frac{x^2}{(3x^3)^5}, \quad f_2(x) = \frac{e^{2+\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}, \quad f_3(x) = x^2(1-4x^3)^2.$$

Calcolare le primitive di $f_1(x)$ e di $f_3(x)$ passanti per il punto $P = (1, 1)$.

4. Disegnare la regione del piano delimitata dalle rette di equazione $x = 3$ ed $x = 4$ e dai grafici delle funzioni $f(x) = 4$ e $g(x) = (x-2)^2$. Calcolare l'area di questa regione piana.

4. Disegnare il grafico della funzione

$$F(x) = \sqrt{x-1}.$$

Per quale valore di $k > 0$ l'area delimitata dal grafico della funzione $F(x)$, dall'asse x del riferimento cartesiano e dalle rette verticali $x = 1$ e $x = k$, ($k > 1$) vale $2/3$?

5. Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \ln(x^2 + 1)$. Disegnare la regione del piano delimitata dalle rette di equazione $x = 0$ ed $x = 2$ e dal grafico della funzione $f(x)$.

Senza calcolare l'integrale, dire perché la stima seguente è corretta

$$0 \leq \int_0^2 \ln(x^2 + 1) dx \leq 2 \ln 5$$

6. tenendo presente il teorema fondamentale del calcolo, si può dire per quale valore di $x > 0$ la funzione

$$F(x) = \int_0^x x^2(x-1)e^{x-1} dx$$

assume il valore minimo?