Teorema di De L'Hôpital

Calcolare i seguenti limiti:

1 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e-(1+x)^{1/x}}{x}$

2 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x}\sqrt{1+2x}-1}{4x}$

3 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x\cos x}{x^2 \tan x}$

4 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}+2\cos x-3}{x\sin x^3}$

5 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - e^{x^2}}{\sin^2 x}$

6 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{\tan x - x}$

7 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x\,\mathrm{sen}\,x - 2 + 2\cos x}{x\ln(1+x)-x^2}$

8 Si determini l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0^+$, delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{1-\mathrm{ch}\,x^2+x^4}{x^3+x}\ ,$$

$$g(x) = \frac{1-\mathrm{ch}\,x^2+\alpha x^4}{x^\alpha+x}\ , \quad \text{al variare di } \alpha > 0.$$

1 Risposte ad alcuni esercizi

1: $\frac{e}{2}$; **2:** 1; **3:** $\frac{1}{3}$; **4:** $\frac{7}{12}$; **5:** $-\frac{3}{2}$;
6: $\frac{1}{2}$; **7:** 0;

8: *a)* f è un infinitesimo di ordine 3. Questa parte poteva essere svolta usando i limiti notevoli al posto del teorema di De L'Hôpital.

b)

- se $\alpha \geq 1$, $g(x)$ è un infinitesimo di ordine 3;
- se $0 < \alpha < 1$, con $\alpha \neq 1/2$, $g(x)$ è un infinitesimo di ordine $4-\alpha$;
- se $\alpha = 1/2$, $g(x)$ è un infinitesimo di ordine $\dfrac{15}{2}$.