

### Esercizi 8 di Calcolo e Biostatistica

**Es. 1.** Rispondere alle seguenti sette domande **nel tempo massimo** di 30 minuti, senza usare strumenti elettronici

(a) sapendo che  $\log_{10} 2 \approx 0.3$  e  $\log_{10} 3 \approx 0.48$ , i valori dei numeri  $\log_3 20$  e  $\log_2(8\sqrt{2})$  sono, rispettivamente,

- |                      |                        |                 |               |
|----------------------|------------------------|-----------------|---------------|
| (A) 1.95 e 3         | (C) esattamente 10 e 2 | (E) 3.6 e 0.4   | (G) 5.2 e 0.2 |
| (B) circa 0.62 e 3.5 | (D) circa 6 e 1        | (F) circa 8 e 4 | (H) 3.4 e 8   |

(b) La disequazione seguente  $4^{1-2x} < 4$  è soddisfatta se

- |                 |             |                |
|-----------------|-------------|----------------|
| (A) $0 < x < 1$ | (C) $x < 4$ | (E) $x > 0$    |
| (B) $x < 0$     | (D) $x > 2$ | (F) $x < -1/2$ |

(c) Il tasso di variazione della funzione  $f(x) = \sqrt{x+2}$  nell'intervallo  $[0, 2]$  vale

- |                |                        |                        |
|----------------|------------------------|------------------------|
| (A) $\sqrt{2}$ | (C) $2 + \sqrt{2}$     | (E) $(1/\sqrt{2}) - 1$ |
| (B) 4          | (D) $1 - (1/\sqrt{2})$ | (F) $\sqrt{2}/2$       |

(d) La funzione inversa della funzione  $f(x) = x/2 + 1$  è la funzione

- |                         |                          |                          |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (A) $f^{-1}(x) = x + 2$ | (C) $f^{-1}(x) = 2x + 2$ | (E) $f^{-1}(x) = 2x - 2$ |
| (B) $f^{-1}(x) = x - 1$ | (D) $f^{-1}(x) = x - 2$  | (F) $f^{-1}(x) = x$      |

(e) La soluzione dell'equazione  $e^{3x+1} = 2$  è

- |                 |                         |                     |
|-----------------|-------------------------|---------------------|
| (A) $x = 3/2$   | (C) $x = [\ln 2 - 1]/3$ | (E) $x = 2 - \ln 3$ |
| (B) $x = \ln 2$ | (D) $x = [1 + \ln 3]/2$ | (F) $x = 3 - \ln 2$ |

(f) Il periodo della funzione  $f(x) = \cos(x/2 + 1)$  è

- |               |                |             |
|---------------|----------------|-------------|
| (A) $2\pi$    | (C) $2\pi + 1$ | (E) $\pi/2$ |
| (B) $\pi - 1$ | (D) $4\pi$     | (F) $1/2$   |

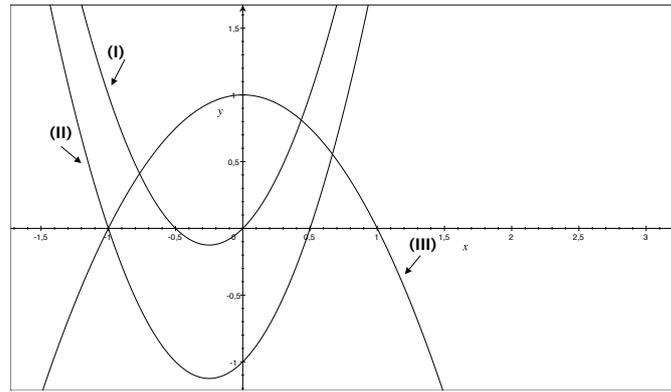
(g) Se  $f(x) = \sqrt{2x-2}$  e  $g(x) = x^3 + 1$  allora

- |                                   |                                 |                                       |
|-----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| (A) $f(g(x)) = (2x-2)^3$          | (C) $f(g(x)) = x\sqrt{2x}$      | (E) $f(g(x)) = \sqrt{x^3-2}$          |
| (B) $g(f(x)) = \sqrt{2x-2} + x^3$ | (D) $g(f(x)) = \sqrt{x^3+2x-1}$ | (F) $g(f(x)) = (\sqrt{(2x-2)^3} + 1)$ |

**2.** Dati i vettori  $v = (4, 1)$ ,  $w = (1, 1)$  e  $u = (-1, 2)$ , determinare valori del parametro  $k$  tali che il vettore  $u + kv$  sia parallelo a  $w$  e sia applicato nel punto  $P = (1, 0)$ .

Scrivere l'equazione di una retta passante per  $P = (1, 0)$  e perpendicolare al vettore  $v$ .

**Es. 3.** Si considerino le parabole rappresentate in figura



Dire, motivando la risposta, quale e' quella di equazione  $y = f(x) = 2x^2 + x$ .

Spiegare perche' i punti  $P = (1, 3)$  e  $Q = (-1, 1)$  appartengono al grafico di questa parabola.

Considerato il punto  $V = (-1/4, f(-1/4))$ , scrivere l'equazione della retta  $y = r(x)$  che passa per  $P$  e  $V$  e le coordinate del punto  $A = (0, r(0))$  appartenente alla retta. Se si stimasse  $f(0)$  come  $r(0)$ , quale errore si commetterebbe, in percentuale?

**Es. 4.** La temperatura  $T_{ogg}$  di un oggetto caldo immerso in acqua fredda a temperatura  $T_{H_2O}$  diminuisce fino a quando la temperatura dell'oggetto non ha raggiunto quella dell'acqua (Legge di raffreddamento di Newton). La legge con cui viene descritto questo fenomeno e'

$$T = T_{ogg}(t) = T_{H_2O} + (T_{ogg}(0) - T_{H_2O})e^{-t} (*)$$

dove  $T_{H_2O}$  e' la temperatura dell'acqua,  $T_{ogg}(0)$  e' la temperatura dell'oggetto che viene immerso nell'acqua e  $t = 1$  significa 15 minuti,  $t = 2$  significa 30 minuti ecc..

Se l'oggetto che immergiamo nell'acqua ha una temperatura di 50 gradi centigradi e se l'acqua e' a 10 gradi, in quanto tempo la temperatura dell'oggetto si dimezza?

Tentare un grafico della funzione (\*).

Calcolare il tasso di variazione della temperatura nell'intervallo di tempo tra  $t = 1$  e  $t = 2.5$  (approssimare  $e^{-1}$  con 0.37 e  $e^{-2.5}$  con 0.08).

Scrivere un'approssimazione lineare della legge (\*) (l'equazione di una retta) passante per  $(1, T(1))$  e  $(2.5, T(2.5))$ . Valutare la differenza tra il valore  $T_{ogg}(2)$  e il valore che si ricava dall'approssimazione lineare (approssimare  $e^{-2}$  con 0.13).

**Es. 5.** La numerosita' di una coltura cellulare varia nel tempo con la legge  $C(t) = 10^2 2^{2-t}$ , dove  $t$  e' calcolato in intervalli di 15 minuti. Quante cellule sono in coltura all'istante iniziale e dopo un' ora? Qual'e' il tasso di variazione di  $C(t)$  nello stesso intervallo di tempo? Qual'e' il significato del risultato ottenuto?

Esiste un tempo in cui la numerosita' delle cellule e' dimezzata rispetto al valore iniziale? Se la risposta e' affermativa, trovarlo.

**Es. 6.** Un fenomeno ciclico e' descritto dalla legge

$$F(t) = 3 \sin(2t - 1)$$

Quali intersezioni ha con l'asse orizzontale la funzione  $F(t)$  nell'intervallo  $[0, 2\pi]$ ? Che periodicitita' ha il fenomeno? Che ampiezza ha l'oscillazione?