STUDIARE LA VITA

(è il compito della biologia

bios=vita logos=studio)

Il compito è enormemente complicato.

Per iniziare bisogna chiedersi:

che cosa è la vita?

Molte le definizioni possibili:

Vita

è movimento,
è capacità di perpetuarsi,
è un complicato insieme di processi fisici e bio-chimici
è capacità di riflessione e consapevolezza

. . . .

Tentiamo una definizione che sia quantificabile e ci permetta una descrizione (UN MODELLO) matematico

VITA= un complesso processo le cui tappe fondamentali (e più semplici da descrivere) sono

- **la nascita,**
- **la capacità di procreare**
- **la morte**

CONSEGUENZA (semplice):

Il numero N degli organismi viventi intorno a noi varia nel tempo, cioè

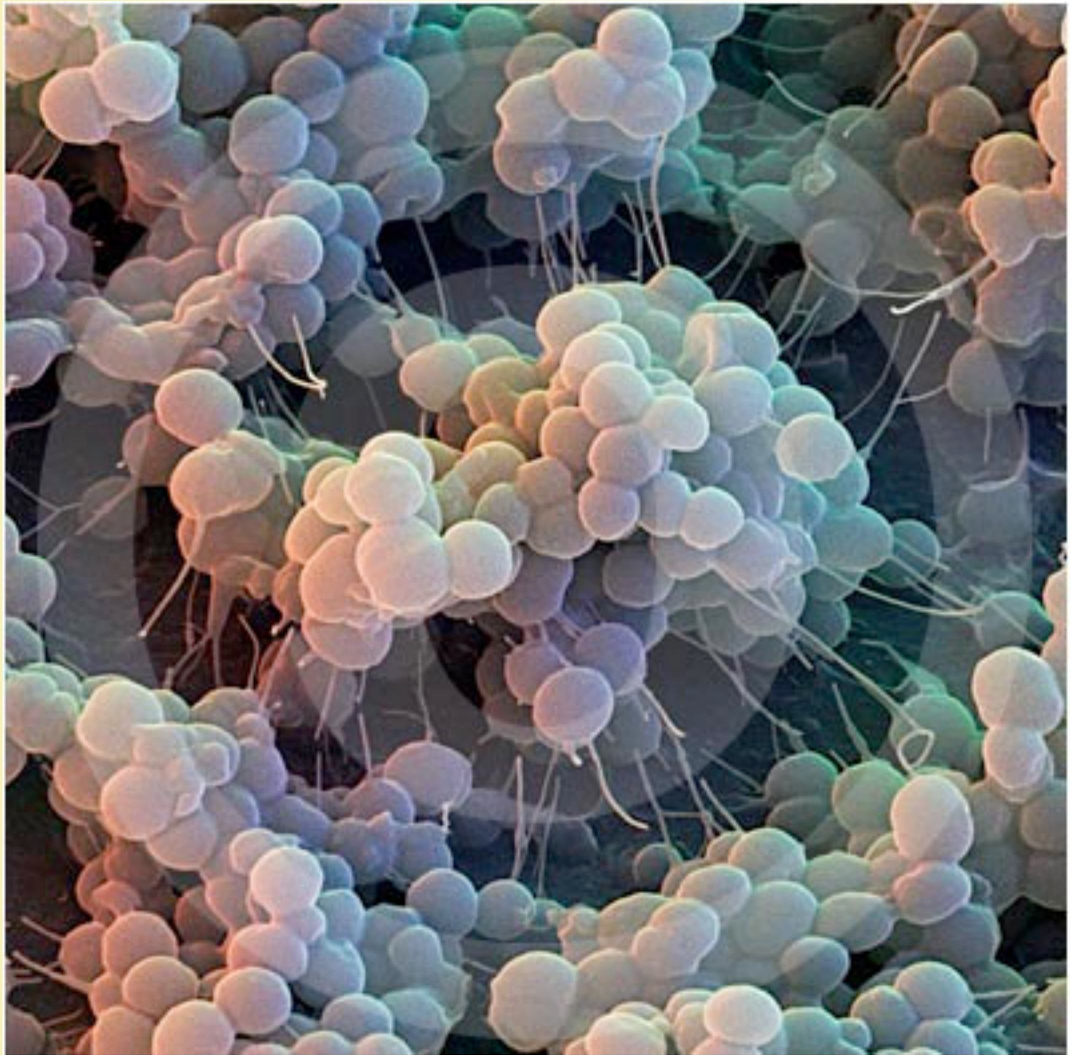
$$N: t \longrightarrow N(t)$$

Il numero degli individui che compongono le popolazioni viventi è una funzione del tempo

Come varia N(t)? . . . dipende dagli organismi:

cellule batteriche (staffilococchi)

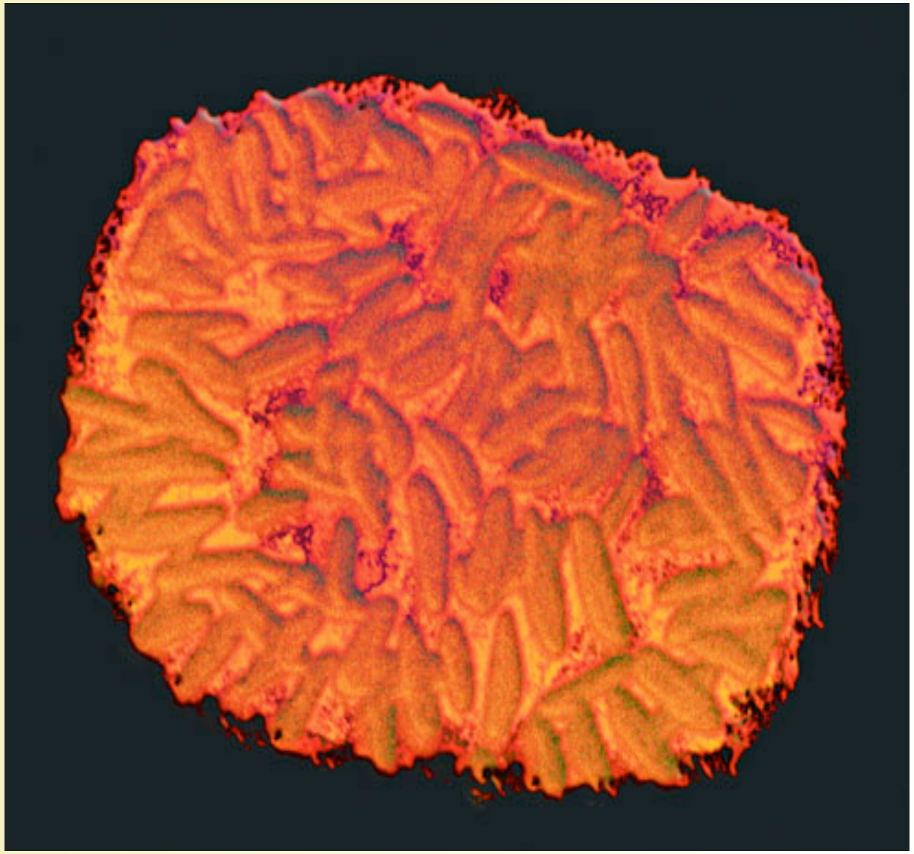
N(t) GRANDE in breve tempo



Organismo:

Cellule virali
(vaiolo)

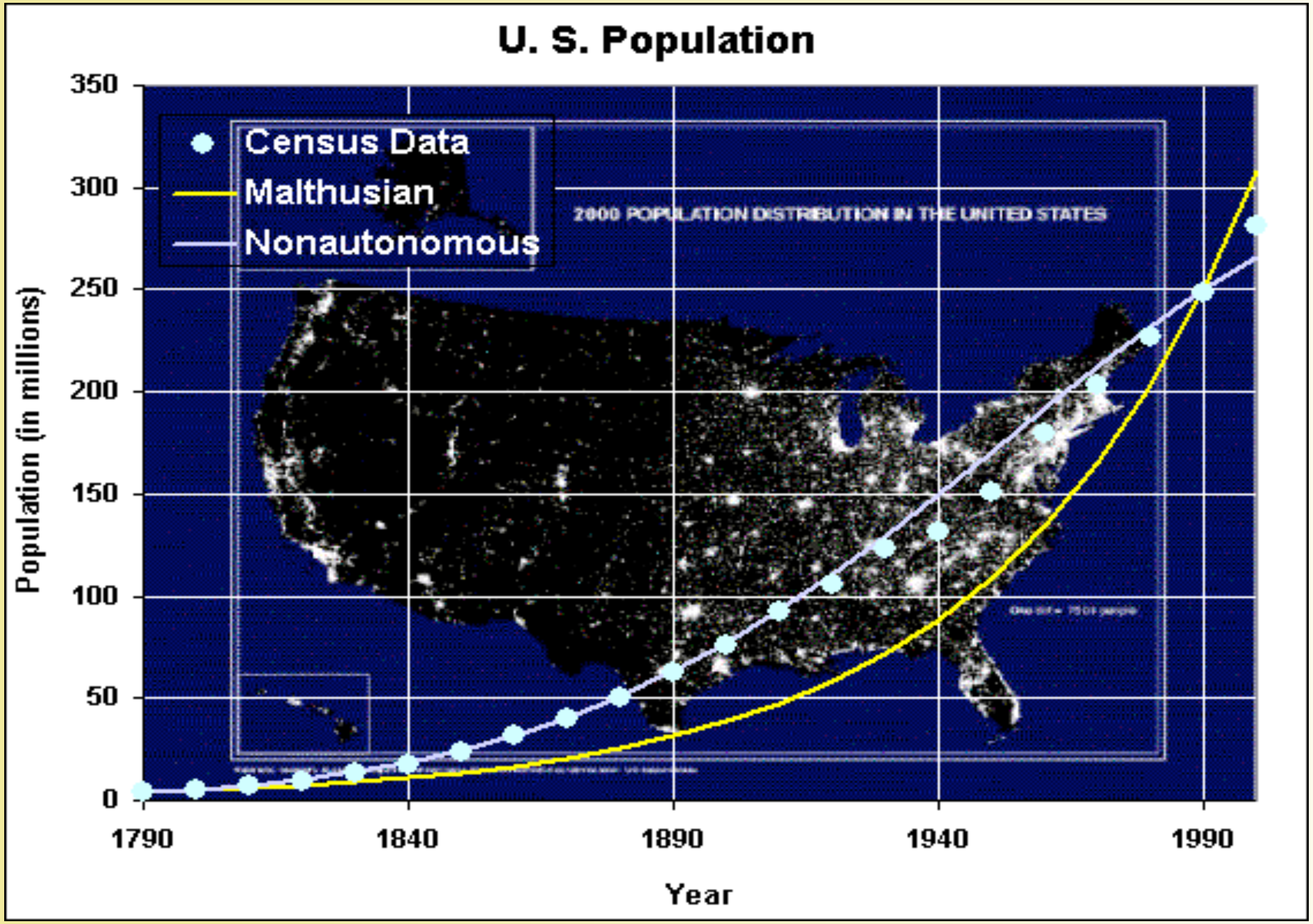
N(t) GRANDE in
breve tempo



Organismo:

Homo sapiens

N(t) GRANDE
in tempo breve



Nel 2011 la popolazione mondiale ha raggiunto i 7 miliardi di individui

Organismo:

Elefante

N(t) SEMPRE PIU'
PICCOLO negli
ultimi anni

(rischio estinzione cioè che risulti N(t)=0 per qualche valore di t)

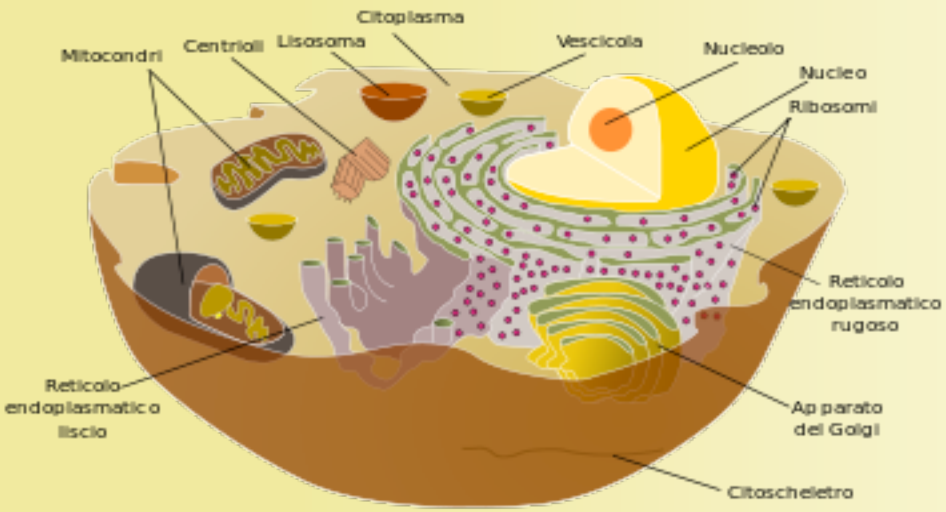
Orsi polari e pinguini

N(t) SEMPRE PIU' PICCOLO negli ultimi anni a causa del riscaldamento (RISCHIO ESTINZIONE)

COMINCIAMO DALLE CELLULE

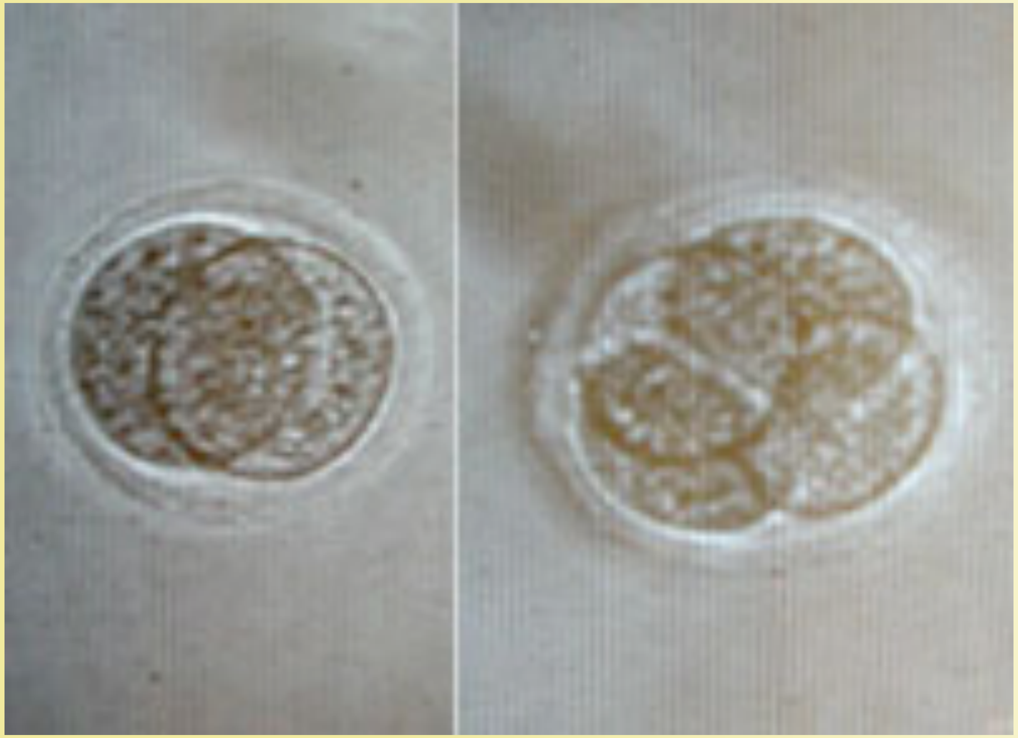
Gli organismi viventi sono formati da cellule, le più piccole strutture ad essere classificate come viventi.

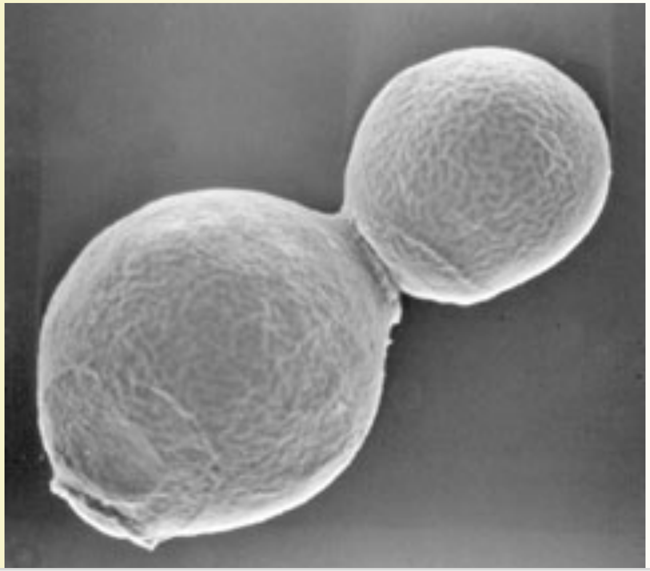
Studiare nascita, riproduzione e morte delle cellule permette di comprenderei meccanismi fondamentali alla base della vita



schema di cellula animale

Processo alla base della crescita degli organismi unicellulari (duplicazione, fissione binaria, gemmazione…)





DESCRIZIONE QUANTITATIVA (semplificata)

t= tempo di duplicazione proprio
NO mortalità

$N(0)= n_0$ (ad es $n_0=1000$)

$N(1)= 2n_0 = 2x1000$

$N(2)=2(2n_0)=2^2n_0$

$N(3)=2(2^2n_0)=2^3n_0$

. . .

$N(k)=2^kn_0$

$N: t \longrightarrow N(t) = C\, 2^t$

è una funzione esponenziale (la variabile indipendente t è all'esponente)

C ?   Se $t=0$, $N(0)=C$ visto che $2^0=1$

Quindi $N(t)=N(0)2^t$

DEFINIZIONE.

Una funzione f: x $\longrightarrow$ $f(x)=a^x$, a numero reale, si chiama "una funzione esponenziale"

Il dominio delle funzioni esponenziali e' tutto l'asse reale

(se a=3 e x=0 $f(0)=3^0=1$, se x=10 $f(10)=3^{10}$
se x=-5 $f(-5)=3^{(-5)}=1/3^5=1/243$ ecc.)

Se a>0, $f(x)=a^x$ e' SEMPRE UN VALORE

POSITIVO

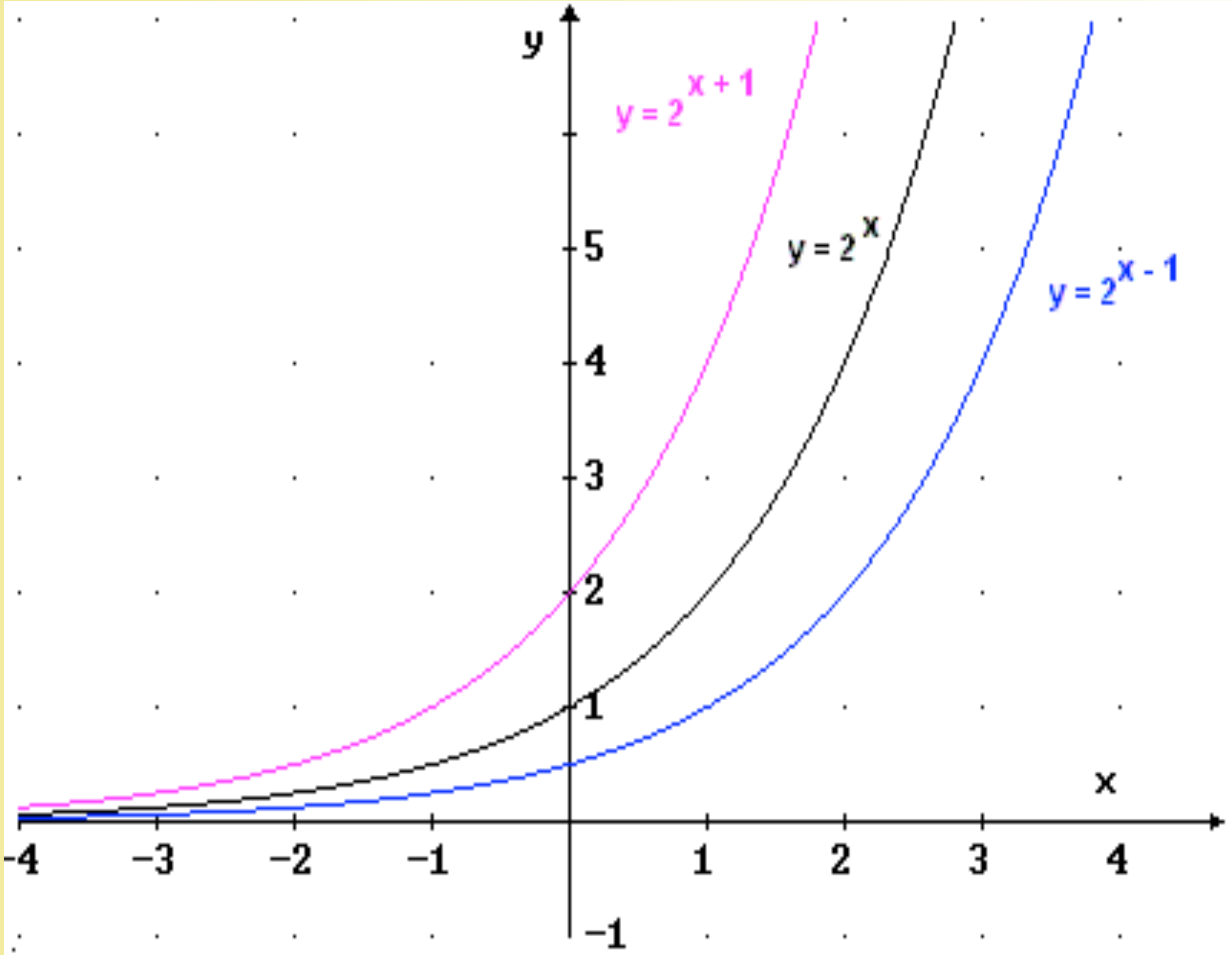
Proprieta' delle potenze

- $a^{x+1}=a(a^x)$

(ad es. $5^4=5(5^3)=(5^2)(5^2)=..=625$)

- $a^{x-1}= (a^x)\ a^{-1}=a^x/a$
-

(ad es. $5^3=5^{-1}(5^4)=625/5=125$)



y
x
$y = 2^{x+1}$
$y = 2^{x}$
$y = 2^{x-1}$
5
4
3
2
1
−1
-4
−3
−2
−1
1
2
3
4

I grafici precedenti sono molto simili ma attraversano l'asse verticale in punti diversi, infatti

$f(x)=2^x$ $f(0)=C=1$

$f(x)=2^{x+1}= 2(2^x)$ $f(0)=C=2$

$f(x)=2^{x-1}= 2^{-1}(2^x)=f(x)=2^{x+1}= 2^x/2$ $f(0)=C=1/2$

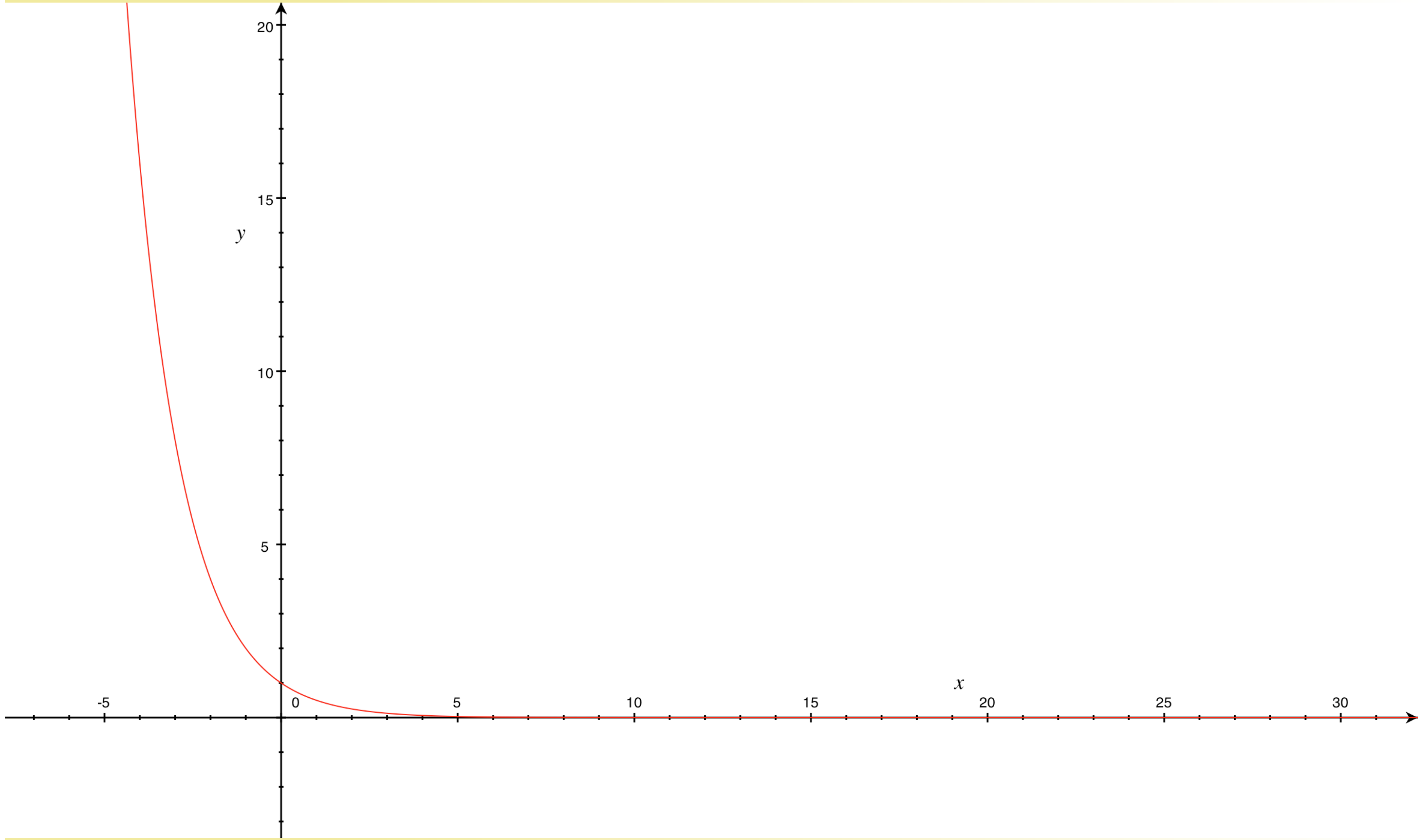
Se $0<a<1$ (ad es. $a=1/2$), la funzione esponenziale si scrive

$$f(x)=(1/2)^x=1/2^x$$

all'aumentare di x i valori di $f(x)$ diminuiscono:

se $x=-2$ $f(x)=1/2^{-2}=4$, se $x=-1$ $f(-1)=2$
se $x=0$ $f(0)=1$
se $x=1$ $f(x)=1/2$ se $x=2$ $f(x)=1/4$ ecc.

LEGGE DI DIMEZZAMENTO



y
x
20
15
10
5
-5
0
5
10
15
20
25
30

Decadimento radioattivo

La massa delle sostanze radioattive si dimezza ad intervalli di tempo propri della sostanza: l'isotopo 14 del Carbonio ^{14}C, decade in 5730 anni.

Se inizialmente M(0) e' la massa, la legge di decadimento e'

$$M(t)=M(0)\,2^{-t/5730}=M(0)/2^{\,t/5730}$$

Descrizione generale di un processo di nascita e morte

Se alla generazione t=0 ci sono $N(0)=n_0$ individui
alla generazione seguente t=1 ce ne sono

$$N(1)=N(0)+nati-morti$$

Se N(0)=100 e i morti sono 15 per generazione, si puo' scrivere

$$15=mN(0)=m100 \quad e \quad m=0.15$$

Se i nati sono 62 si puo' scrivere

$$62=n100 \qquad e\ n=0.62$$

In definitiva

$N(1)=N(0)+\text{nati}-\text{morti}=N(0)+nN(0)-mN(0)=(1+n-m)N(0)$

$R=1+n-m$=cost=tasso netto di crescita della popolazione

Ragionando come per le cellule, si prova che il meccani-
smo della variazione della numerosità è descritto dalla
funzione esponenziale

$$N(t)=N(0)\,R^t$$

Se $N(t)=N(0)\,R^t$ che si può dire sulla variazione della numerosità?

Dipende da $R=1+m-n$.

Nella letteratura biologica $m-n$ viene detta

"fitness" della popolazione =
capacità degli individui della popolazione di essere presente nelle generazioni seguenti

Che previsioni?

(1) $n-m>0$ ($R>1$) R^t cresce all'aumentare di $t=1,2,3..$

(fitness positiva) $N(t)=R^t N(0)$ cresce (esponenzialmente)

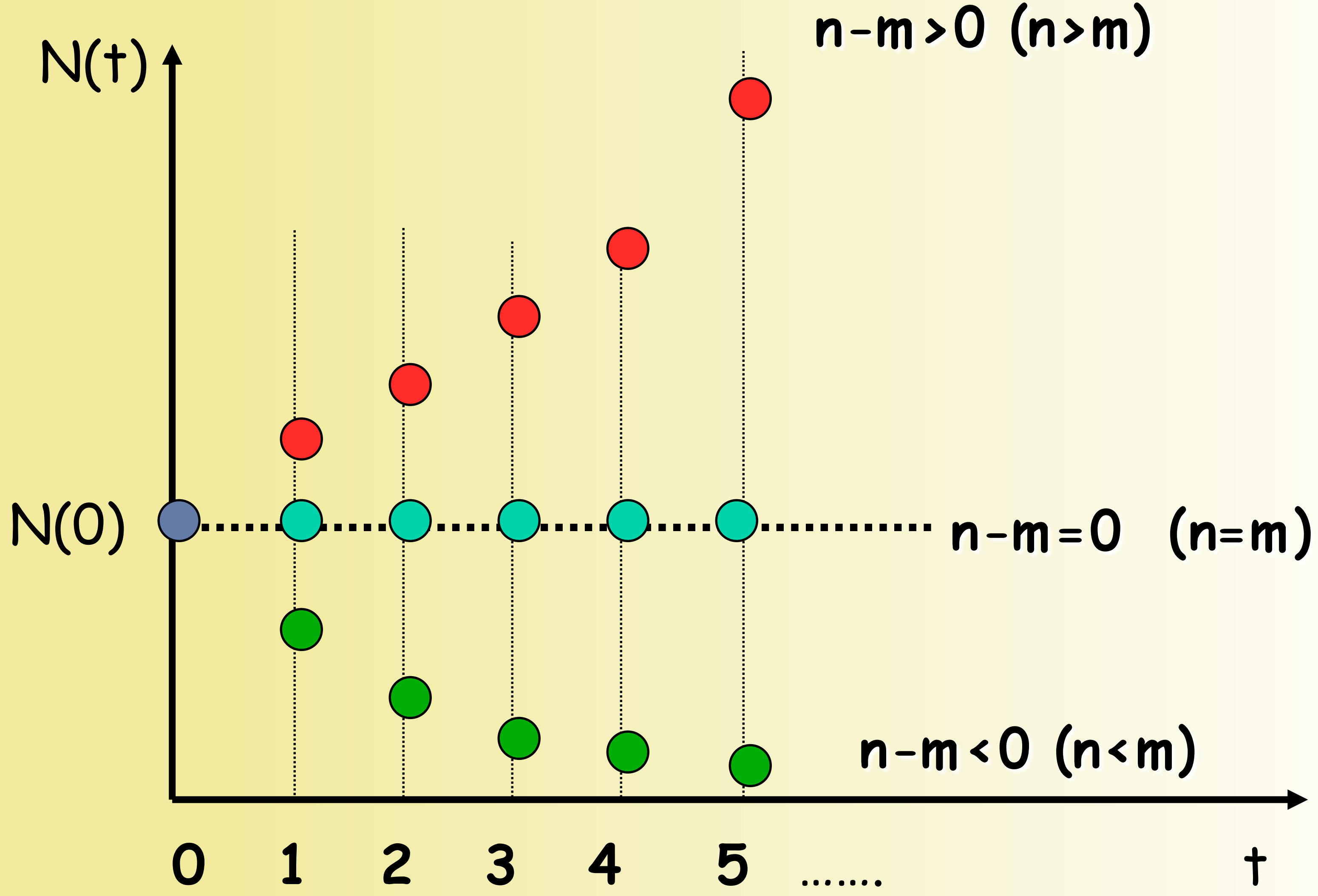
(2) $n-m<0$ ($R<1$) R^t decresce all'aumentare di $t=1,2,3..$

(fitness negativa) $N(t)=R^t N(0)$ decresce (esp.)

(3) $n-m=0$ ($R=1$) $R^t=1$ per ogni $t=1,2,3..$

(fitness nulla) $N(t)=(1+r)^t N(0)=N(0)$ costante

EQUILIBRIO



N(t)
n-m>0 (n>m)
N(0)
n-m=0 (n=m)
n-m<0 (n<m)
0 1 2 3 4 5 ....
t

La funzione esponenziale

$$N(t)=R^t N(0)$$

è stata introdotta dal matematico EULERO nel 1748 per descrivere come varia la numerosità di una popolazione.

Le implicazioni sociali della variazione esponenziale della numerosità di una popolazione sono state discusse alla fine del '700 da R. T. Malthus

MODELLO di MALTHUS

T. Malthus (1766-1834)

Nel 1796 Malthus pubblica il "**Saggio sui principi della popolazione**" in cui afferma che la società umana, riproducendosi, si accresce con un ritmo più rapido di quello consentito dalla disponibilità di mezzi di sopravvivenza, che, secondo le sue informazioni, si accrescono con legge lineare.

Come conseguenza, lo sviluppo della popolazione e' continuamente turbato da eventi brutali come le guerre, le epidemie e la mortalità, soprattutto infantile, e dalla mancanza di risorse; nella società vi e' una

LOTTA per LA SOPRAVVIVENZA

in cui molti soccombono.

Visto che la crescita esponenziale è comune a molti organismi viventi, almeno in alcune fasi dello sviluppo, la lotta per la sopravvivenza (selezione naturale) è un fatto ineliminabile dall'evoluzione del vivente e, in un certo senso, la determina.

Questa affermazione è fondamentale nella teoria dell'evoluzione darwiniana, che spiega come e perché le forme viventi non sono "fisse", ma cambiano nel tempo, possono estinguersi oppure nascere.

Ad es. in una popolazione formata da 10^5 individui, ad ogni generazione muoiono il 5% e il 35% si riproduce con un figlio.Quanti individui sono nati e morti nella prima generazione? Quanti individui formano la popolazione dopo 3 generazioni? Cosa si può prevedere per la popolazione?

$N(0)=10^5$ $\quad$ (5%=0.05=5/100, 35%=0.35=35/100=7/20)

$0.05(10^5)=(5/10^2)10^5=5000$ morti

$0.35(10^5)=(35/10^2)10^5=35000$ nati

$N(1)=N(0)-0.05N(0)+0.35N(0)=[1+0.3]N(0)=1.3N(0)$

R=1.3>1 la numerosità cresce

$(N(1)=1.3(10^5)=130.000>100.000)$

$N(2)=N(1)-0.05N(1) + 0.35N(1)=1.3N(1)=1.3[1.3N(0)]=$
$(1.3)^2N(0) =169.000>130.000)$

$N(3)=1.3N(2)=(1.3)^3N(0)=219.700$

Se nulla cambia, il numero di individui aumenta e la popolazione "esplode"