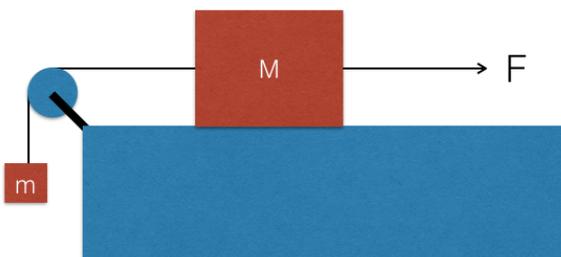


- (1) Un peso di  $m = 2$  kg è appeso con una fune di massa trascurabile e inestensibile che passa attraverso una carrucola a un altro di  $M = 8$  kg, che può scivolare senza attrito su un piano orizzontale (vedi figura).



Al peso  $M$  è applicata una forza orizzontale di modulo  $F$ . Calcolare il valore di  $F$  necessario affinché  $m$  si muova verso l'alto.

- (2) Due onde sinusoidali trasversali sono descritte dalle funzioni  $y_1 = 3 \sin(\pi(x + 0.60t))$  e  $y_2 = 3 \sin(\pi(x - 0.60t))$  in opportune unità. Determinare il valore massimo dello spostamento del mezzo nel punto  $x = 0.25$ .
- (3) Un elettromagnete produce un campo magnetico uniforme  $B = 1.60$  T. All'interno del campo si trova una bobina di 200 spire di raggio  $r = 2.0$  cm e resistenza totale pari a  $R = 20 \Omega$  il cui asse è parallelo al campo. La corrente che alimenta l'elettromagnete è progressivamente ridotta a zero in 20.0 s. Quanto vale la corrente indotta nella spira?

## SOLUZIONE

- (1) Possiamo trovare la soluzione impiegando due metodi alternativi: l'applicazione delle Leggi di Newton oppure il teorema di conservazione dell'energia meccanica. Come è noto il secondo metodo è molto più immediato quindi procediamo con questo.

L'energia del peso  $m$  si può scrivere come

$$(1) \quad U_m = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

dove  $v$  è la sua velocità e  $h$  una quota misurata rispetto a un riferimento scelto a piacere. Analogamente, per  $M$ , vale

$$(2) \quad U_M = Mgh' + \frac{1}{2}Mv^2.$$

Osserviamo che  $v$  è la stessa per entrambi gli oggetti e che possiamo sempre scegliere  $h$  e  $h'$  in modo tale che  $U_m + U_M = 0$  nello stato iniziale.

L'energia totale si conserva e in assenza della forza esterna  $F$  avremmo che

$$(3) \quad U = \frac{1}{2}(m + M)v^2 + mgh + Mgh' = \text{cost}.$$

Se questa quantità è costante la sua derivata è nulla e quindi

$$(4) \quad (m + M)av + mgv = 0$$

ricordando che la derivata della velocità è l'accelerazione, quella dello spostamento è la velocità e che  $h'$  non varia durante il moto. Si ritrova così la Legge di Newton. In presenza della forza esterna  $F$  la variazione dell'energia meccanica non è nulla, ma è pari al lavoro  $\Delta L$  fatto dalle forze esterne che si scrive

$$(5) \quad \Delta L = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{x}$$

dove  $\Delta \mathbf{x}$  rappresenta lo spostamento del sistema. Abbiamo allora che

$$(6) \quad (m + M)av + mgv = \pm F \Delta x,$$

dove il segno  $+$  o  $-$  dipende dal verso relativo tra spostamento e forza. Il sistema si trova in equilibrio quando  $\Delta x = 0$ : in questo caso

$$(7) \quad a = -g \frac{m}{m + M}.$$

La forza applicata in questo caso è dunque  $F = (m + M)a = 19.6$  N. Questa è proprio la forza cercata perché per  $F$  leggermente più grande il blocchetto  $m$  si muove verso l'alto e per  $F$  poco più piccola si muove verso il basso.

- (2) La somma delle due onde sinusoidali è quella che fornisce lo spostamento del mezzo. Tale somma è data dalla formula di prostaferesi e vale

$$(8) \quad y = y_1 + y_2 = 6 \sin \frac{\pi(x + 0.60t + x - 0.60t)}{2} \cos \frac{\pi(x + 0.60t - x + 0.60t)}{2}.$$

Semplifichiamo:

$$(9) \quad y = y_1 + y_2 = 6 \sin(\pi x) \cos(0.60t).$$

Per  $x = 0.25$  si ha

$$(10) \quad y = 6 \sin(0.25\pi) \cos(0.60t).$$

Il massimo spostamento si ha quando il coseno vale 1 perciò vale

$$(11) \quad y_M = 6 \sin \frac{\pi}{4} = 6 \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \simeq 4.24.$$

- (3) Scriviamo  $r = 2.0 \text{ cm} = 2.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ . Il flusso del campo attraverso una singola spira si può scrivere

$$(12) \quad \Phi = BS = \pi B r^2.$$

Poiché  $B$  passa da  $B_0 = 1.60 \text{ T}$  a  $B_T = 0$ , il flusso varia di

$$(13) \quad \Delta\Phi = \Delta BS = \pi B_0 r^2.$$

La *fem* indotta vale

$$(14) \quad fem = -N \frac{\Delta B}{\Delta t} = -N \frac{\pi B_0 r^2}{\Delta t}$$

con  $N = 200$  e  $\Delta t = 20.0 \text{ s}$ . La corrente quindi è

$$(15) \quad I = \frac{fem}{R} = -N \frac{\pi B_0 r^2}{R \Delta t} = -200 \frac{1.60\pi \times 4.0 \times 10^{-4}}{20.0 \times 20.0} = -1.0 \text{ mA}.$$