Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 30 giugno–1 luglio ◯ 12–15 luglio ◯ 19–20 luglio ◯ 25–29 luglio.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la forma differenziale

$$\omega(x,y) = \left(\frac{4x}{4x^2+9y^2-1} + 2x\right) dx + \left(\frac{9y}{4x^2+9y^2-1} - x\right) dy.$$

a) Determinare il dominio $D \subseteq \mathbb{R}^2$ di ω, specificandone le proprietà topologiche (insieme chiuso, aperto, limitato, illimitato, connesso, non connesso, semplicemente connesso).

b) Calcolare $\displaystyle\int_{\gamma^+} \omega$, dove γ^+ è il tratto di circonferenza di raggio 1 centrato nell'origine e contenuto nel secondo quadrante, percorso in verso antiorario.

---

2. Sia data la funzione di due variabili $f(x,y) = xy(x^2 - y^2 - 4)$.

a) Determinare e classificare gli eventuali punti critici di f.

b) Determinare il massimo assoluto ed il minimo assoluto di f nell'insieme

$$D = \{(x,y) \ : \ x^2 + y^2 \le 4\,,\ x \ge 0\,,\ 2y \le x\}\,.$$

---

3. Calcolare il volume del seguente insieme:

$$\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 \le 4,\ 0 \le y \le 2 - x,\ 0 \le z \le y\}\,.$$

---

4. Disegnare la curva chiusa γ di equazione (in coordinate polari)

$$\rho = 2 - \cos\theta\,, \quad \theta \in [-\pi\,,\,\pi]\,.$$

Calcolare il versore tangente a γ nel punto in cui questa interseca il semiasse negativo delle y.
Infine, calcolare il flusso uscente da γ del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \big(2x + y\,,\, y^2\big)\,.$$

---

5. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x^2 y''(x) + 5xy'(x) + 4y(x) = \dfrac{2}{x^2} \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 0 \end{cases}.$$

Punteggi: 1: 7 punti; **2:** 7 punti; **3:** 7 punti; **4:** 8 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 30 giugno–1 luglio ◯ 12–15 luglio ◯ 19–20 luglio ◯ 25–29 luglio.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la forma differenziale

$$\omega(x,y) = \left(\frac{9x}{9x^2+4y^2-1}+y\right)dx + \left(\frac{4y}{9x^2+4y^2-1}-2y\right)dy.$$

a) Determinare il dominio $D \subseteq \mathbb{R}^2$ di ω, specificandone le proprietà topologiche (insieme chiuso, aperto, limitato, illimitato, connesso, non connesso, semplicemente connesso).

b) Calcolare $\displaystyle\int_{\gamma^+}\omega$, dove γ^+ è il tratto di circonferenza di raggio 1 centrato nell'origine e contenuto nel terzo quadrante, percorso in verso antiorario.

---

2. Sia data la funzione di due variabili $f(x,y) = xy(y^2-x^2-4)$.

a) Determinare e classificare gli eventuali punti critici di f.

b) Determinare il massimo assoluto ed il minimo assoluto di f nell'insieme

$$D = \big\{(x,y)\ :\ x^2+y^2 \le 4\,,\ y \ge 0\,,\ 2x \le y\big\}\,.$$

---

3. Calcolare il volume del seguente insieme:

$$\Omega = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3\ :\ x^2+y^2 \le 4,\ 0 \le y \le x+2,\ 0 \le z \le y\big\}\,.$$

---

4. Disegnare la curva chiusa γ di equazione (in coordinate polari)

$$\rho = 3+\cos\theta\,,\quad \theta \in [0\,,\,2\pi]\,.$$

Calcolare il versore tangente a γ nel punto in cui questa interseca il semiasse positivo delle y.
Infine, calcolare il flusso uscente da γ del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \big(xy\,,\,x+3y\big)\,.$$

---

5. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x^2y''(x) - 3xy'(x) + 4y(x) = 3x^2 \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 0 \end{cases}.$$

Punteggi: 1: 7 punti; **2:** 7 punti; **3:** 7 punti; **4:** 8 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.