

# **Analisi Multilivello con *Mplus***

**Seminario 2 – 16 Maggio 2016**

**Valerio Ghezzi**

Dipartimento di Psicologia

Sapienza – Università di Roma

# ARGOMENTI

- **Interrater agreement (IRA) & Interrater reliability;**
- **I passi della regressione multilivello;**
- **La decomposizione della variabilità dell'outcome.**

**InterRater RELIABILITY (IRR)  
&  
InterRater AGREEMENT (IRA)**

# IRR & IRA

Gli indici di “aggregazione” fanno riferimento a due grandi “famiglie”, che secondo alcuni autori sono integrabili e andrebbero sempre prese in considerazione (LeBreton, Burgess, Kaiser, Atchley, & James, 2003): l'**IRR** (es. ICC(1) e ICC(2)) e l'**IRA** (es.  $r_{WG}$  e  $r_{WG(j)}$ );

**L'IRR fa riferimento al grado di coerenza interna** tra le valutazioni tra chi esprime delle valutazioni a livello degli item o delle variabili, mentre **l'IRA fa riferimento al grado di intercambiabilità** di tali valutazioni all'interno del gruppo;

Sebbene entrambe le “famiglie” di tali coefficienti facciano riferimento alla similarità tra le valutazioni all'interno di un gruppo, queste fanno riflettere **modi differenti e integrabili per determinare tale proprietà dei dati** (Lüdtke & Robitzsch, 2009).

# Esempi di IRR – ICC(1), ICC(2) & Deff

## ICC o ICC(1)

$$\rho = \sigma^2_b / (\sigma^2_b + \sigma^2_w)$$

Dove:

$\sigma^2_b$  = varianza a livello di gruppo o between

$\sigma^2_w$  = varianza a livello individuale o within

## Deff

$$\text{Deff} = [1 + (\gamma - 1 \times \rho)]$$

Dove:

$\gamma$  = numerosità media del cluster;

$\rho$  = valore calcolato dell'ICC

## ICC(2)

**valuta l'attendibilità della media tra i gruppi**

$$\text{ICC}(2) = (\sigma^2_b - \sigma^2_w) / \sigma^2_b$$

Dove:

$\sigma^2_b$  = varianza a livello di gruppo o between

$\sigma^2_w$  = varianza a livello individuale o within

# Esempi di IRA – $r_{wg}$ E $r_{wg(j)}$

$$r_{WG} = 1 - \frac{S_{jk}^2}{\sigma_{EU}^2}$$

**$r_{wg}$  = Singolo item o variabile.**

Dove:

$S_{jk}^2$  = varianza della variabile  $j$  all'interno di un gruppo  $k$

$\sigma_{EU}^2$  = varianza attesa se tutti i soggetti rispondessero casualmente (Expected Uniform).

$$r_{WG(j)} = \frac{J * \left(1 - \frac{S_{.k}^2}{\sigma_{EU}^2}\right)}{1 + (J-1) * \left(1 - \frac{S_{.k}^2}{\sigma_{EU}^2}\right)}$$

**$r_{wg(j)}$  = Gruppo di item.**

Dove:

$J$  = numero di item;

$s_{.k}^2$  = varianza media dei  $J$  item in un gruppo  $k$ .

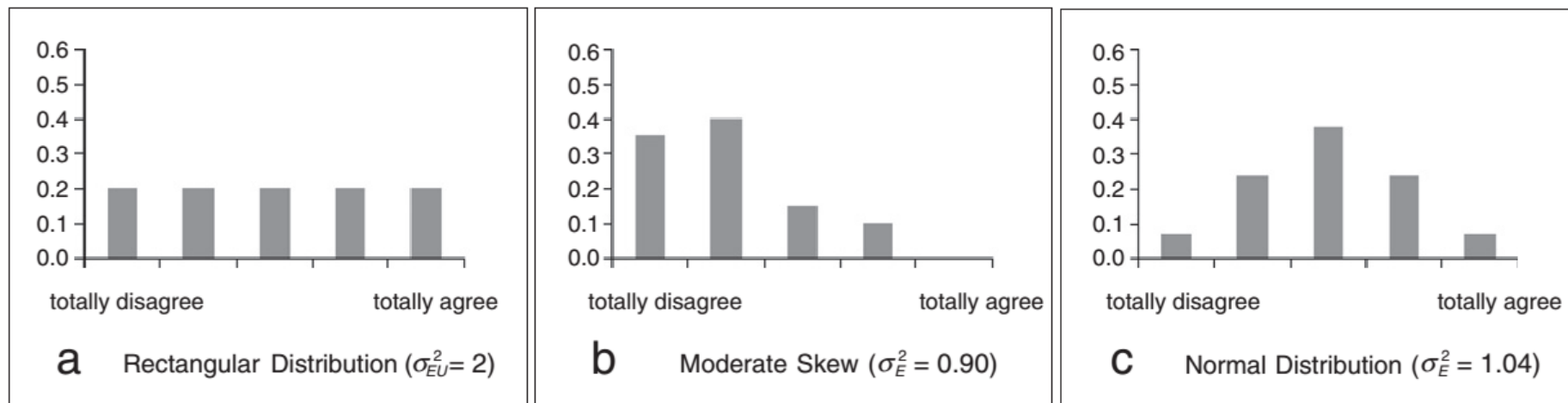
# Cosa non sottovalutare dell'IRA

Gli indici di IRA sono stati sviluppati inizialmente per item di natura categoriale ordinabile, con un formato di risposta a 5 o 7 categorie (James et al., 1984) e valutano “il grado in cui le valutazioni fornite da giudici [soggetti] sono intercambiabili o equivalenti in termini assoluti” (LeBreton & Senter, 2008, p. 816);

Alcuni autori (in particolare Mezulis, Abramson, Hyde, & Hankin 2004; Cohen et al., 2009; LeBreton & Senter, 2008) suggeriscono che il denominatore di tali indici (che contiene in termine della *expected variance*) dovrebbe essere ponderato con cautela, ipotizzando varie distribuzioni dell'agreement all'interno dei gruppi;

Tali distribuzioni (dette distribuzioni “nulle”) andrebbero scelte su una base teoricamente difendibile, ipotizzando che l'agreement assuma una certa distribuzione all'interno del gruppo.

# La distribuzione “teorica” dell’accordo



Esempi di distribuzioni “teoriche”  
dell’accordo (Likert a 5 passi).

Fig. 1, tratta da Biemann, Cole, & Voelpel, 2012, p. 69



# Biemann, Cole, & Voelpel (2012) – EXCEL MACRO

<http://www.sbuweb.tcu.edu/mcole/articles.html>

An Excel 2007 Tool for Computing  
**Interrater Agreement (IRA) &  
Interrater Reliability (IRR) Estimates**  
for Consensus Composition Constructs

Prepared by:  
Torsten Biemann, University of Mannheim, Germany  
Michael S. Cole, Texas Christian University, USA

Copyright © 2014. All rights reserved.

[Click Here to Calculate  
Estimates for a Single-  
Item Measure](#)      [Click Here to Calculate  
Estimates for a Multi-  
Item Measure](#)

<b>Title</b>	IRA and IRR for Consensus Composition Constructs
<b>Version</b>	1.5
<b>Date</b>	03/17/2014
<b>Prepared by</b>	Torsten Biemann & Michael S. Cole
<b>Purpose</b>	To compute rwg-based estimates for determining interrater (within-team) agreement and complementary interrater reliability estimates based on ANOVA.
<b>Requirements</b>	To function properly, this tool requires Excel 2007. Macros <u>must</u> be enabled.
<b>Relevant Citations</b>	(1) Bliese, P. D. (2000). Within group agreement, non-independence and reliability: Implications for data and analysis. In K. J. Klein & S. W. J. Kozlowski (Eds.), <i>Multilevel theory, research and methods in organizations: Foundations, extensions, and new directions</i> (pp. 349-381). San Francisco: Jossey-Bass. (2) James, D. L., Demaree, R. G., & Volf, G. (1984). Estimating within-group interrater reliability with and without response bias. <i>Journal of Applied Psychology</i> , 69, 85-98. (3) LeBreton, J. M., & Senter, J. L. (2008). Answers to 20 questions about interrater reliability and interrater agreement. <i>Organizational Research Methods</i> , 11, 815-852.
<b>Other</b>	You will need the individual-level data for each item of a measure prior to using this spreadsheet. Simply input Team Identification (IDs) and individual members' ratings for each item in the appropriate <b>yellow</b> boxes. This worksheet is set up to correspond to Biemann, Cole, and Voelpel's (2012) article published in <i>The Leadership Quarterly</i> . If you have any questions, we suggest referring back to this article. We have tested this spreadsheet many times and it appears to be bug free. If you find otherwise, please let us know (contact information is provided below). Please feel free to pass this worksheet along to your colleagues.
<b>Citation Info</b>	This is a tool designed to accompany: Biemann, T., Cole, M. S., & Voelpel, S. (2012). Within-group agreement: On the use (and misuse) of rwg and rwg(j) in leadership research and some best practice guidelines. <i>The Leadership Quarterly</i> , 23, 66-80.  If a user chooses to reference this tool, please refer to the published article.
<b>Contact Info</b>	If you have questions or comments, e-mail us at: <a href="mailto:biemann@bwl.uni-mannheim.de">biemann@bwl.uni-mannheim.de</a> <a href="mailto:m.s.cole@tcu.edu">m.s.cole@tcu.edu</a>
<b>Version</b>	Version 1.1 Statistical Tool for Computing rwg and ICCs Version 1.2 Corrected error in macro for missing data Version 1.3 Revised IRR formulas according to Bliese (2000). Version 1.4 Increased sample size limits for IRR calculations. Version 1.5 Increased sample size limits for IRR calculations.

# EGI - Esempio di calcolo – IRR & IRA

**Dataset IRR\_IRA.sav: 1342 lavoratori *nested* in 32 organizzazioni.**

ORGANIZATION = ID del livello 2;

da SAF\_CLI\_1 a SAF\_CLI\_6 = item di safety climate;

da SAF\_COMP\_1 a SAF\_COMP\_10 = item di safety compliance.

Tutti gli item misurati su una scala Likert a 7 passi (1 = minimo, 7 = accordo massimo).

**Nel caso degli item di safety climate (N=6):**

calculate team values										
Output										
Measure	$r_{WG(J),uniform}$		$r_{WG(J),measure-specific}$				F ratio	p-value	ICC(1)	ICC(2)
	Mean	SD	Shape	$S^2_E$	Mean	SD				
[Name of measure]	0,85	0,10	Slight skew	2,90	0,69	0,27	24,32	0,000	0,29	0,96

Supplemental Analyses and Results							
Expected variance	$S^2_E$	$r_{WG}$		Negative Estimates	P25	Median	P75
		Mean	SD				
Uniform	4,00	0,85	0,10	0	0,80	0,89	0,93
Slight skew	2,90	0,69	0,27	2	0,54	0,82	0,88
Moderate skew	2,14	0,46	0,37	11	0,00	0,63	0,80
Heavy skew	1,39	0,17	0,28	23	0,00	0,00	0,33
Triangular	2,10	0,45	0,37	11	0,00	0,61	0,79
Normal	1,40	0,17	0,29	23	0,00	0,00	0,35
$r^*_{WG}$	9,00	0,79	0,08	0	0,73	0,82	0,86
Custom null				0			

# ESI - Esempio di calcolo – IRR & IRA

Sempre dal dataset IRR\_IRA.sav, calcolare gli indici sugli item di *safety compliance*.

Provare a scegliere una distribuzione “nulla” e giustificare perché.

calculate team values

## Output

Measure [Name of measure]	$r_{WG(J).uniform}$		Shape	$r_{WG(J).measure-specific}$			F ratio	p-value	ICC(1)	ICC(2)
	Mean	SD		$S^2_E$	Mean	SD				
	0,90	0,06	Slight skew	2,90	0,74	0,27	19,94	0,000	0,25	0,95

Supplemental Analyses and Results							
Expected variance	$S^2_E$	$r_{WG}$		Negative Estimates	P25	Median	P75
		Mean	SD				
Uniform	4,00	0,90	0,06	0	0,88	0,92	0,94
Slight skew	2,90	0,74	0,27	3	0,72	0,84	0,89
Moderate skew	2,14	0,45	0,37	11	0,00	0,53	0,78
Heavy skew	1,39	0,11	0,26	25	0,00	0,00	0,00
Triangular	2,10	0,42	0,37	11	0,00	0,47	0,77
Normal	1,40	0,12	0,26	25	0,00	0,00	0,00
$r^*_{WG}$	9,00	0,78	0,06	0	0,74	0,79	0,83
Custom null				0			

# **I PASSI DELLA REGRESSIONE MULTIVELLO**

# La sequenza della regressione multilivello

- 1) Partizione della varianza dell'outcome** (o degli outcome se il modello è multivariato) **attraverso i livelli** (*Model 1* o *Modello nullo*);
- 2) Aggiungere predittori al livello di analisi più basso** (*Model 2*);
- 3) Aggiungere predittori al livello superiore** (*Model 3*);
- 4) Aggiungere predittori al livello superiore per spiegare la variabilità nelle slopes** (*Model 4*).

## **Esercitazioni “Guidate” (EG):**

**13189 impiegati *nested* 165 unità (Heck & Thomas, 2015, cap. 3)**

## **Esercitazioni “Individuali” (ES):**

**503 studenti *nested* 34 classi (Geiser, 2013, cap. 5).**

# Equazioni del MODEL I (o Modello Nullo)

Questo modello ci permette di decomporre la varianza dell'outcome tra i livelli (WITHIN & BETWEEN), è matematicamente equivalente a una *one-way ANOVA*.  
L'outcome è *morale*, misurata su una scala che va da 0 a 40.

$$\text{LIVELLO 1 } Y_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

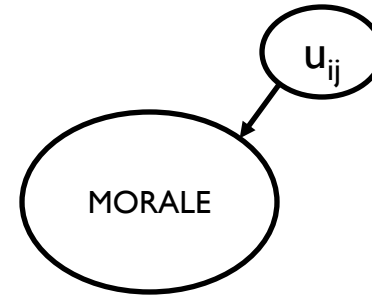
$$\text{LIVELLO 2 } \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

Dove:  
 $Y_{ij}$  = Punteggio dell'individuo in *morale*  $i$  nel gruppo  $j$ ;  
 $B_{0j}$  = Media del punteggio del gruppo  $j$ ;  
 $e_{ij}$  = Deviazione del punteggio del soggetto  $i$  dalla media del gruppo  $j$ ;  
 $\gamma_{00}$  = Media dell'outcome tra tutti i gruppi;  
 $u_{0j}$  = Deviazione del gruppo  $j$  dalla media dei gruppi.

Combinando le due equazioni, si ha che:

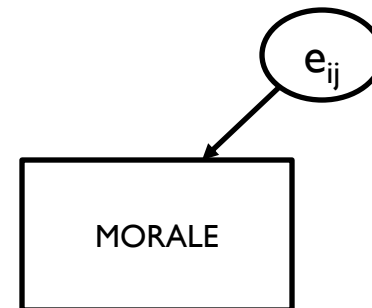
$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

# Rappresentazione del MODEL I (o Modello Nullo)



BETWEEN

WITHIN





# EG2 - MODEL I- ml.inp

**TITLE:** Model I:Two-level (null) regression model;  
**DATA:** FILE IS ch3new.dat;  
Format is 5f8.0,3f8.2;

**VARIABLE:** Names are deptid morale satpay female white pctbelow lev1 wt  
lev2wt;  
Usevariables are deptid morale;  
Cluster is deptid;  
Between = ;  
Within = ;

**ANALYSIS:** TYPE= Twolevel;  
Estimator = MLR;

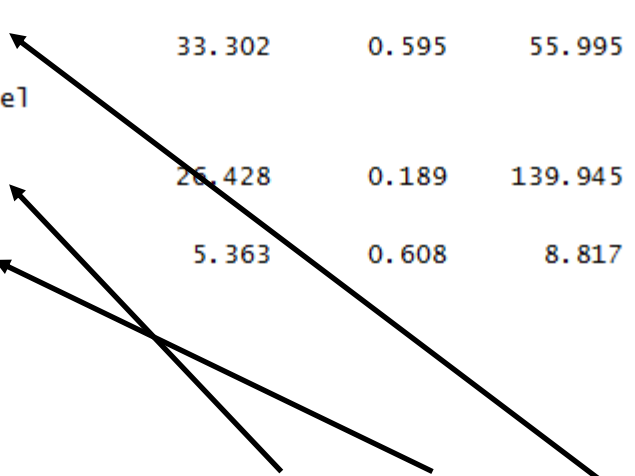
**MODEL:**  
%Between%  
morale;  
%Within%  
morale;

**OUTPUT:** Sampstat Tech1;

# EG2 - MODEL I- ml.out

## MODEL RESULTS

	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
within Level				
Variances MORALE	33.302	0.595	55.995	0.000
Between Level				
Means MORALE	26.428	0.189	139.945	0.000
Variances MORALE	5.363	0.608	8.817	0.000

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + \varepsilon_{ij}$$


**La varianza è significativamente  
diversa da 0 sia a livello  
WITHIN che livello BETWEEN.**

## TECHNICAL 1 OUTPUT

### PARAMETER SPECIFICATION FOR WITHIN

	NU	
	MORALE	
1		0
	THETA	
	MORALE	
MORALE		1

### PARAMETER SPECIFICATION FOR BETWEEN

	NU	
	MORALE	
1		2
	THETA	
	MORALE	
MORALE		3

## Il “fit”: Calcolo della Devianza

$$\text{DEVIANCE} = -2\text{LogLikelihood}$$

Loglikelihood
H0 Value                      -42041.057

$$\text{DEVIANCE} = -2*(-42041.057) = 84082.114$$

**Più bassa è la devianza, migliore è il fit del modello  
(utilizzabile anche per modelli non nested).**

# Riportare i risultati (Model 1)

Model:	Model 1 (Null Model)	Model 2 (Random Intercept)	Model 3 (intercept-as-outcome)	Model 4 (i & s as outcomes)
Fixed Part	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)
$\gamma_{00}$	26.83 (.59)			
$B_{1j} \text{satpay}_{1j}$				
$B_{2j} \text{female}_{1j}$				
$B_{3j} \text{white}_{1j}$				
$\gamma_{01} \text{pctbelow}_j$				
$\gamma_{11} \text{pctbelow}_j$				
Random Part				
$u_{0j}$	5.36 (.19)			
$u_{1j}$				
$e_{ij}$	33.30 (.59)			
<b>Deviance (NEP)</b>	<b>84082.114 (3)</b>			

# ES2 - MODEL I - ml.inp

Partendo dalla sintassi `ML.inp` nella cartella “Esercitazioni Guidate”, costruire un modello multilivello nullo (*Model I*) e valutare se la variabilità della variabile dipendente (*math*) è significativamente diversa da 0 sia a livello **WITHIN** che **BETWEEN**

## MODEL RESULTS

	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
Within Level				
Variances				
MATH	26.480	2.450	10.809	0.000
Between Level				
Means				
MATH	11.934	0.808	14.775	0.000
Variances				
MATH	20.855	6.018	3.465	0.001

# Equazioni del MODEL 2 (o RI Model)

Questo modello, detto anche *unconditional model* o *random-intercept* (RI) model, consente di introdurre dei predittori a livello 1 per spiegare la variabilità a livello WITHIN.

SATPAY = soddisfazione per la retribuzione, scala 0-16;

FEMALE = 0 maschi, 1 femmine;

WHITE = 0 altri, 1 bianchi.

$$\text{LIVELLO 1} \quad Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \text{satpay}_{ij} + \beta_{2j} \text{female}_{ij} + \beta_{3j} \text{white}_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

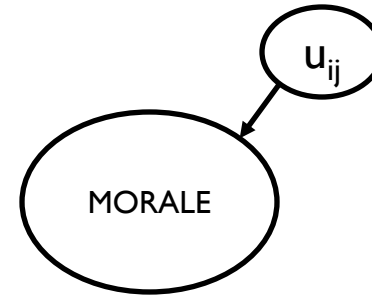
$$\begin{aligned} \text{LIVELLO 2} \quad \beta_{0j} &= \gamma_{00} + u_{0j} \\ \beta_{1j} - \beta_{3j} &= \gamma_{10} - \gamma_{30} \end{aligned}$$

Dove:

$B_{1j} \text{satpay}_{ij} - B_{2j} \text{female}_{ij} - B_{3j} \text{white}_{ij}$  = Coefficiente di regressione dell'individuo  $i$  nel gruppo  $j$ ;

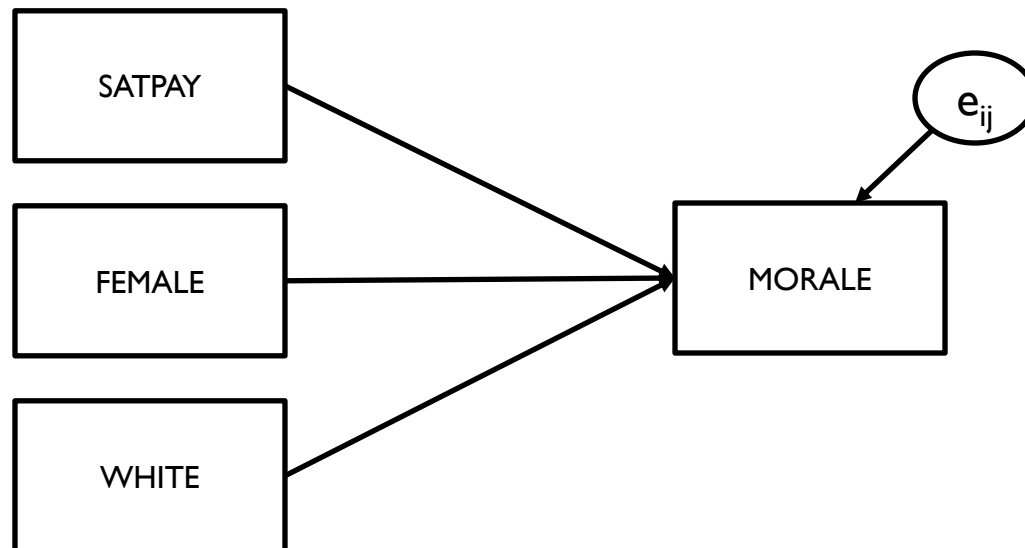
$Y_{00} - Y_{13}$  = Intercetta relativa al predittore di riferimento.

# Rappresentazione del del MODEL 2 (o RI Model)



BETWEEN

WITHIN



# EG3 - MODEL 2 - m2.inp

**TITLE:** Model 2: Level-1 random intercept model;

**DATA:** FILE IS ch3new.dat;  
Format is 5f8.0,3f8.2;

**VARIABLE:** Names are deptid morale satpay female white pctbelow  
lev1wt lev2wt ;  
Usevariables are deptid morale satpay female white;  
Cluster is deptid;  
Between = ;  
**Within = satpay female white;**  
**! specifica che le variabili non hanno variabilità al livello 2**

**Define:** Center satpay female white (grand);  
**! i predittori vengono centrati alla media generale**

**ANALYSIS:** Type=Twolevel;

**Model:** %Between%  
morale;  
%Within%  
**morale on satpay female white;**

**OUTPUT:** SAMPSTAT TECH1;



## MODEL 2 – Centraggio dei predittori

Nell'analisi multilivello i predittori vanno centrati, siano essi dei predittori di livello 1 o livello 2. Centrare una variabile significa sottrarre al punteggio di un soggetto la media generale (GRANDMEAN CENTERING) o la media del gruppo di appartenenza (GROUPMEAN CENTERING).

**GRANDMEAN CENTERING** = I predittori vengono centrati sottraendo la media del campione dal punteggio. In questo modo,  $B_{0j}$  (intercetta) non subisce eventuali variazioni rilevanti rispetto a grandi variabilità interna al gruppo nei predittori e può considerarsi la media del gruppo  $j$  “adjusted”. **Si utilizza generalmente per i predittori di livello 1;**

**GROUPMEAN CENTERING** = I predittori vengono centrati sottraendo la media del gruppo dal punteggio. Questa strategia enfatizza eventuali differenze tra i gruppi, che si riflette in una minore variabilità a livello individuale. **Si utilizza generalmente per i predittori di livello 2 o sovraordinato.**

# MODEL 2 – m2.out

## MODEL RESULTS

	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
Within Level				
MORALE ON				
SATPAY	1.201	0.014	85.725	0.000
FEMALE	0.001	0.063	0.011	0.991
WHITE	0.916	0.082	11.181	0.000
Residual Variances				
MORALE	17.544	0.288	60.852	0.000
Between Level				
Means				
MORALE	26.430	0.114	232.784	0.000
Variances				
MORALE	1.851	0.231	8.029	0.000

## LIVELLO 1

BETA	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE
MORALE	0	1	2	3
SATPAY	0	0	0	0
FEMALE	0	0	0	0
WHITE	0	0	0	0
PSI	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE
MORALE	4	0	0	0
SATPAY	0	0	0	0
FEMALE	0	0	0	0
WHITE	0	0	0	0

## LIVELLO 2

ALPHA	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE
MORALE	5	0	0	0
PSI	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE
MORALE	6	0	0	0
SATPAY	0	0	0	0
FEMALE	0	0	0	0
WHITE	0	0	0	0

LIVELLO 1 
$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}satpay_{ij} + \beta_{2j}female_{ij} + \beta_{3j}white_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$\rho_{ri} = 1.851 / (1.851 + 17.544) = .095$$

LIVELLO 2 
$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$
 riduzione nel  $\rho = [(\rho_{null\_model} - \rho_{ri}) / \rho_{null\_model}] * 100 = 31.65\%$

$$\beta_{1j} - \beta_{3j} = \gamma_{10} - \gamma_{30}$$

La variabilità del livello 2 è diminuita del 31.65%  
(inizialmente l'ICC era .139)

# MODEL 2 – Calcolo della varianza spiegata

## MODEL 1 (modello nullo)

Varianza  $e_{ij \text{ model } 1}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 1 = 33.30

Varianza  $u_{0j \text{ model } 1}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 2 = 5.36

## MODEL 2 (random-intercept)

Varianza  $e_{ij \text{ model } 2}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 1 = 17.54

Varianza  $u_{0j \text{ model } 2}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 2 = 1.85

$$R^2_{\text{livello } 1} = (\text{Varianza } e_{ij \text{ model } 1} - \text{Varianza } e_{ij \text{ model } 2}) / \text{Varianza } e_{ij \text{ model } 1} = \\ = (33.30 - 17.54) / 33.30 = \mathbf{.473}$$

$$R^2_{\text{livello } 2} = (\text{Varianza } u_{0j \text{ model } 1} - \text{Varianza } u_{0j \text{ model } 2}) / \text{Varianza } u_{0j \text{ model } 1} = \\ = (5.36 - 1.85) / 5.36 = \mathbf{.655}$$

# Riportare i risultati (Model 2)

Model:	Model 1 (Null Model)	Model 2 (Random Intercept)	Model 3 (intercept-as-outcome)	Model 4 (i & s as outcomes)
Fixed Part	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)
$\gamma_{00}$	26.83 (.59)	26.43 (.11)		
$B_{1j} \text{satpay}_{1j}$		1.20 (.01)		
$B_{2j} \text{female}_{1j}$		.001 (.06)		
$B_{3j} \text{white}_{1j}$		.92 (.08)		
$\gamma_{01} \text{pctbelow}_j$				
$\gamma_{11} \text{pctbelow}_j$				
Random Part				
$u_{0j}$	5.36 (.19)	1.85 (.23)		
$u_{1j}$				
$e_{ij}$	33.30 (.59)	17.54 (.29)		
<b>Deviance (NEP)</b>	<b>84082.114 (3)</b>	<b>75566.994 (6)</b>		

## ES3 - MODEL 2 - m2.inp

Partendo dalla sintassi M1.inp, costruire un RI model con *kft* come unico predittore, centrandolo alla media del campione. Quanto, in proporzione, diminuisce la variabilità di *math* (ICC originale .44) al livello 2 dopo aver introdotto il predittore?

### MODEL RESULTS

	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
Within Level				
MATH ON				
KFT	0.234	0.012	20.042	0.000
Residual Variances				
MATH	14.883	1.052	14.141	0.000
Between Level				
Means				
MATH	12.310	0.437	28.142	0.000
Variances				
MATH	5.403	1.612	3.352	0.001

$$\rho_{ri} = 5.403 / (14.883 + 5.403) = .266$$

$$\text{riduzione nel } \rho = [(.44 - .266) / .44] * 100 = 39.54\%$$

# Equazioni del MODEL 3 (o IAO Model)

Questo modello, detto anche *intercept-as-outcome(s)* model, consente di introdurre dei predittori al livello gerarchico superiore con l'obiettivo di spiegare la variabilità dell'intercetta dell'outcome locata a quel livello.

PCTBELOW = percentuale di dipendenti con uno stipendio sotto la media del gruppo di riferimento.

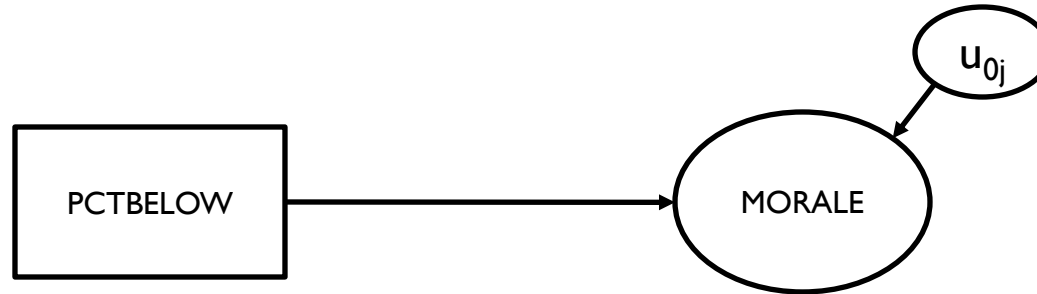
$$\text{LIVELLO 1} \quad Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \text{satpay}_{ij} + \beta_{2j} \text{female}_{ij} + \beta_{3j} \text{white}_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$\begin{aligned} \text{LIVELLO 2} \quad \beta_{0j} &= \gamma_{00} + \gamma_{01} \text{pctbelow}_j + u_{0j} \\ \beta_{1j} - \beta_{3j} &= \gamma_{10} - \gamma_{30} \end{aligned}$$

Dove:

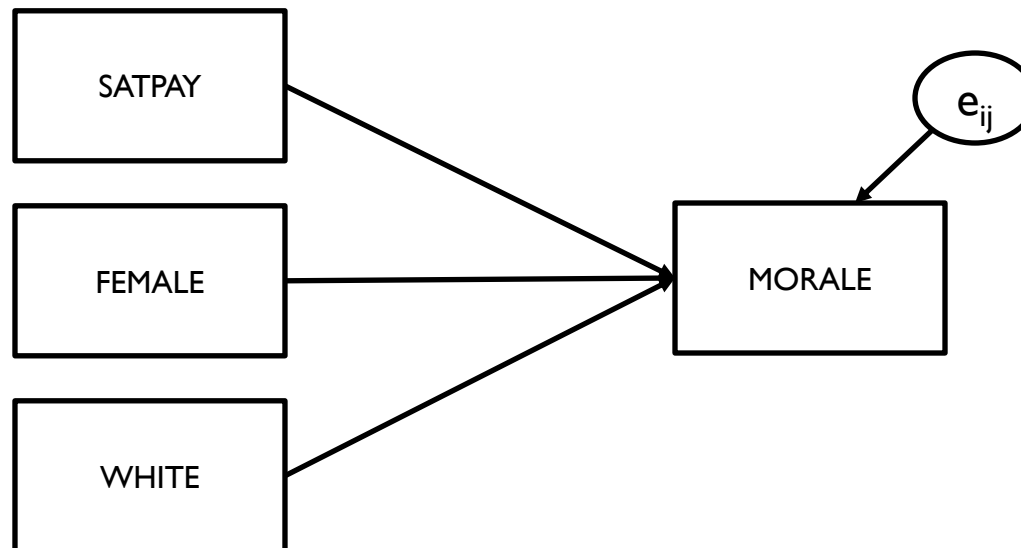
$\gamma_{01} \text{pctbelow}_j$  = Coefficiente di regressione del gruppo  $j$

# Rappresentazione del del MODEL 3



BETWEEN

WITHIN



# EG4 - MODEL 3 – m3.inp

**TITLE:** Model 3

**DATA:** FILE IS ch3new.dat;  
Format is 5f8.0,3f8.2;

**VARIABLE:** Names are deptid morale satpay female white pctbelow  
lev1wt lev2wt ;  
Usevariables are deptid morale satpay female white;  
Cluster is deptid;  
**Between = pctbelow;**  
**!la variabile non ha variabilità a livello individuale**  
Within = satpay female white;

**Define:** **Center satpay female white (grandmean)**  
**pctbelow (groupmean);**  
**!pctbelow centrato alla media del livello 2**

**ANALYSIS:** Type= Twolevel;

**Model:** %**Between%**  
**morale on pctbelow;**  
%**Within%**  
morale on female white;

**OUTPUT:** SAMPSTAT TECH1;



# EG4 - MODEL 3 – m3.out

	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
Within Level				
MORALE ON				
FEMALE	0.003	0.064	0.040	0.968
WHITE	0.910	0.082	11.046	0.000
SATPAY	1.200	0.014	85.315	0.000
Residual Variances				
MORALE	17.544	0.288	60.840	0.000
Between Level				
MORALE ON				
PCTBELOW	-0.027	0.007	-3.677	0.000
Intercepts				
MORALE	26.350	0.110	239.390	0.000
Residual Variances				
MORALE	1.675	0.215	7.779	0.000

$$\rho_{iao} = 1.675 / (17.544 + 1.675) = .087$$

$$\text{riduzione nel } \rho = [(.139 - .087) / .139] * 100 = 37.54\%$$

LIVELLO 1 
$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}satpay_{ij} + \beta_{2j}female_{ij} + \beta_{3j}white_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

LIVELLO 2 
$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}pctbelow_j + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} - \beta_{3j} = \gamma_{10} - \gamma_{30}$$

# EG4 - MODEL 3 – m3.out –TECHI

## WITHIN

PARAMETER SPECIFICATION FOR WITHIN

	BETA				
	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE	PCTBELOW
MORALE	0	1	2	3	0
SATPAY	0	0	0	0	0
FEMALE	0	0	0	0	0
WHITE	0	0	0	0	0
PCTBELOW	0	0	0	0	0

	PSI				
	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE	PCTBELOW
MORALE	4				
SATPAY	0	0			
FEMALE	0	0	0		
WHITE	0	0	0	0	
PCTBELOW	0	0	0	0	0

## BETWEEN

PARAMETER SPECIFICATION FOR BETWEEN

	ALPHA				
	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE	PCTBELOW
1	5	0	0	0	0

	BETA				
	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE	PCTBELOW
MORALE	0	0	0	0	6
SATPAY	0	0	0	0	0
FEMALE	0	0	0	0	0
WHITE	0	0	0	0	0
PCTBELOW	0	0	0	0	0

	PSI				
	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE	PCTBELOW
MORALE	7				
SATPAY	0	0			
FEMALE	0	0	0		
WHITE	0	0	0	0	
PCTBELOW	0	0	0	0	0

# Riportare i risultati (Model 3)

Model:	Model 1 (Null Model)	Model 2 (Random Intercept)	Model 3 (intercept-as-outcome)	Model 4 (i & s as outcomes)
Fixed Part	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)	Coeff. (s.e.)
$\gamma_{00}$	26.83 (.59)	26.43 (.11)	26.35 (.11)	
$B_{1j} \text{satpay}_{1j}$		1.20 (.01)	1.20 (.01)	
$B_{2j} \text{female}_{1j}$		.001 (.06)	.003 (.06)	
$B_{3j} \text{white}_{1j}$		.92 (.08)	.91 (.02)	
$\gamma_{01} \text{pctbelow}_j$			-.027 (.007)	
$\gamma_{11} \text{pctbelow}_j$				
Random Part				
$u_{0j}$	5.36 (.19)	1.85 (.23)	1.67 (.21)	
$u_{1j}$				
$e_{ij}$	33.30 (.59)	17.54 (.29)	17.54 (.29)	
<b>Deviance (NEP)</b>	<b>84082.114 (3)</b>	<b>75566.994 (6)</b>	<b>75552.786 (7)</b>	

# MODEL 3 – Calcolo della varianza spiegata

## MODEL 1 (modello nullo)

Varianza  $u_{0j \text{ model 1}}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 2 = 5.36

## MODEL 3 (IAO)

Varianza  $u_{0j \text{ model 3}}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 2 = 1.67

$$R^2_{\text{livello 2}} = (\text{Varianza } u_{0j \text{ model 1}} - \text{Varianza } u_{0j \text{ model 3}}) / \text{Varianza } u_{0j \text{ model 1}} = \\ = (5.36 - 1.67) / 5.36 = \mathbf{.688}$$

**Spieghiamo circa il 3% in più della variabilità a Livello 2 rispetto al modello precedente.**

# ES4 - MODEL 3 - m3.inp

Partendo dalla sintassi M3.inp, costruire un model con *kft* come unici predittori (LIVELLO 1) e *stype* (dicotomica di LIVELLO 2, non va centrata).

Quanto si riduce la variabilità al livello 2 rispetto al modello “nullo”?

Quanta variabilità in più spiega questo modello rispetto a quello testato il precedenza ( $\rho = .266$ )?

	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
Within Level				
MATH ON				
KFT	0.222	0.011	19.450	0.000
Residual Variances				
MATH	14.864	1.054	14.104	0.000
Between Level				
MATH ON				
STYPE	4.328	1.026	4.218	0.000
Intercepts				
MATH	11.488	0.390	29.470	0.000
Residual Variances				
MATH	2.904	0.716	4.058	0.000

$$\rho_{iao} = 2.904 / (14.864 + 2.904) = .163$$

$$\text{riduzione nel } \rho = [(.44 - .163)/.44] * 100 = 66.95\%$$

Spiega in più circa il 23% della variabilità del livello 2 rispetto al modello precedente.

# Equazioni del MODEL 4 (o RI Model)

Questo modello, detto anche *intercept-and-slope as outcomes model*, consente di introdurre dei predittori al livello gerarchico superiore con l'obiettivo di spiegare la variabilità dell'outcome locata a quel livello e le slope della relazione tra predittori e outcome al livello sottostante.

Utilizziamo quindi la stessa variabile “pctbelow” per spiegare anche la variabilità nelle slopes di *satpay*:

$$\text{LIVELLO 1} \quad Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \text{satpay}_{ij} + \beta_{2j} \text{female}_{ij} + \beta_{3j} \text{white}_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$\text{LIVELLO 2} \quad \beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} \text{pctbelow}_j + u_{0j}$$

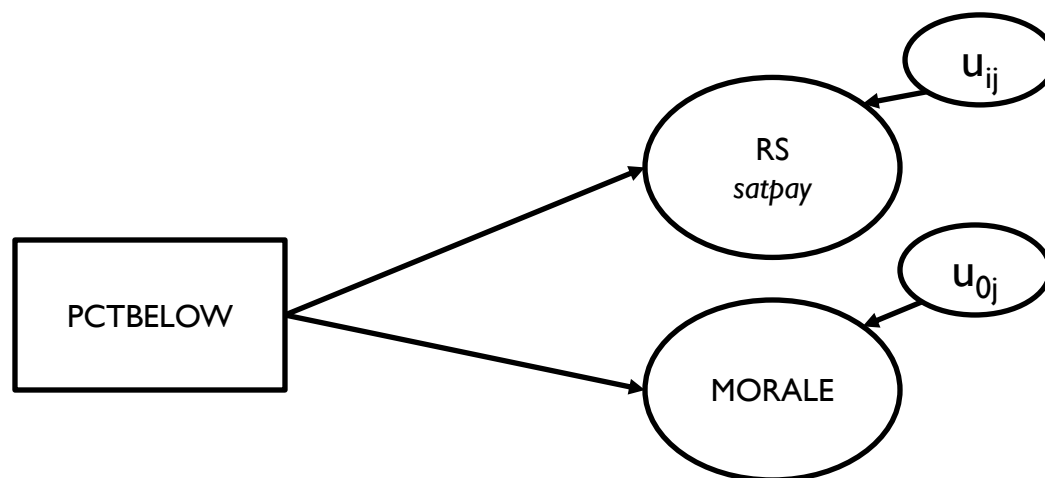
$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} \text{pctbelow}_j + u_{1j}$$

Dove:

$\beta_{1j}$  = Random slope coefficient di *satpay* al livello 2;

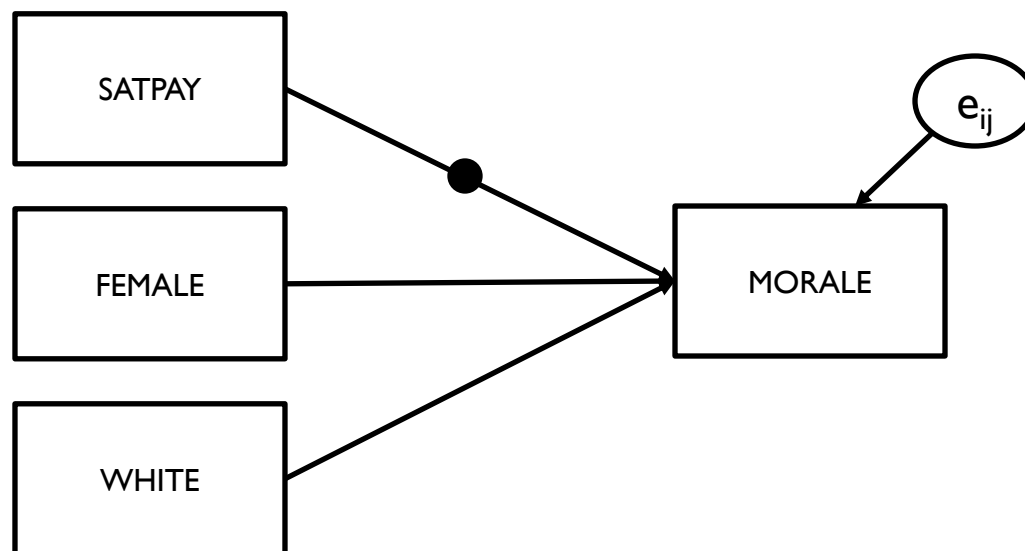
$\gamma_{11} \text{pctbelow}_j$  = Coefficiente di regressione del gruppo associato alla random slope.

# Rappresentazione del MODEL 4



BETWEEN

WITHIN



# EG5 - MODEL 4 – m4.inp

!omitted!

**ANALYSIS:**           Type= Twolevel **random;**

**Model:**               %Between%  
                          morale **S** on pctbelow;  
                          morale with s@0;

                          %Within%  
                          morale on female white; **!rimosso satpay come predittore**  
**S | morale on satpay;**

**OUTPUT:**   SAMPSTAT TECH I;



# EG5 - MODEL 4 – m4.out

## MODEL RESULTS

	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
Within Level				
MORALE ON				
FEMALE	0.005	0.063	0.073	0.942
WHITE	0.910	0.082	11.065	0.000
Residual Variances				
MORALE	17.455	0.292	59.789	0.000
Between Level				
S ON				
PCTBELOW	0.001	0.001	1.474	0.140
MORALE ON				
PCTBELOW	-0.027	0.007	-3.583	0.000
MORALE WITH				
S	0.000	0.000	999.000	0.000
Intercepts				
MORALE	27.175	0.233	116.560	0.000
S	1.158	0.028	41.968	0.000
Residual Variances				
MORALE	1.700	0.218	7.811	0.000
S	0.007	0.003	2.473	0.013

LIVELLO 1

LIVELLO 2

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}satpay_{ij} + \beta_{2j}female_{ij} + \beta_{3j}white_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}pctbelow_j + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}pctbelow_j + u_{1j}$$

L'interazione cross-level non è significativa!

# EG5 - MODEL 4 – m4.out – TECH I

## WITHIN

	BETA S	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE
S	0	0	0	0	0
MORALE	0	0	0	1	2
SATPAY	0	0	0	0	0
FEMALE	0	0	0	0	0
WHITE	0	0	0	0	0
PCTBELOW	0	0	0	0	0

	PSI S	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE
S	0				
MORALE	0	3			
SATPAY	0	0	0		
FEMALE	0	0	0	0	
WHITE	0	0	0	0	0
PCTBELOW	0	0	0	0	0

## BETWEEN

	ALPHA S	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE
	4	5	0	0	0

	BETA PCTBELOW
S	6
MORALE	7
SATPAY	0
FEMALE	0
WHITE	0
PCTBELOW	0

	PSI S	MORALE	SATPAY	FEMALE	WHITE
S	8				
MORALE	0	9			
SATPAY	0	0	0		
FEMALE	0	0	0	0	
WHITE	0	0	0	0	0
PCTBELOW	0	0	0	0	0

# Riportare i risultati (Model 4)

Model:	Model 1 (Null Model)	Model 2 (Random Intercept)	Model 3 (intercept-as-outcome)	Model 4 (i & s as outcomes)
<b>Fixed Part</b>	<b>Coeff. (s.e.)</b>	<b>Coeff. (s.e.)</b>	<b>Coeff. (s.e.)</b>	<b>Coeff. (s.e.)</b>
$\gamma_{00}$	26.83 (.59)	26.43 (.11)	26.35 (.11)	27.17 (.23)
$B_{1j} \text{satpay}_{1j}$		1.20 (.01)	1.20 (.01)	1.16 (.03)
$B_{2j} \text{female}_{1j}$		.001 (.06)	.003 (.06)	.005 (.06)
$B_{3j} \text{white}_{1j}$		.92 (.08)	.91 (.02)	.91 (.08)
$\gamma_{01} \text{pctbelow}_j$			-.027 (.007)	-.027 (.007)
$\gamma_{11} \text{pctbelow}_j$				.001 (.001)
<b>Random Part</b>				
$u_{0j}$	5.36 (.19)	1.85 (.23)	1.67 (.21)	1.70 (.22)
$u_{1j}$				.007 (.003)
$e_{ij}$	33.30 (.59)	17.54 (.29)	17.54 (.29)	17.45 (.29)
<b>Deviance (NEP)</b>	<b>84082.114 (3)</b>	<b>75566.994 (6)</b>	<b>75552.786 (7)</b>	<b>75538.120 (9)</b>

# ES5 - MODEL 4 – m4.inp

Partendo dalla sintassi M2.inp, costruisci un modello con *kft* come unici predittori (LIVELLO 1) e *stype* (dicotomica di LIVELLO 2, non va centrata), testando inoltre la relativa ipotesi di moderazione cross-level, lasciando il termine di interazione e l'intercetta random correlati.

Infine calcola quanta variabilità dell'outcome spiega questo modello, complessivamente, al livello 1 e 2.

MODEL RESULTS				
	Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value
Within Level				
Residual Variances				
MATH	14.608	1.070	13.658	0.000
Between Level				
S ON				
STYPE	-0.059	0.018	-3.167	0.002
MATH ON				
STYPE	5.406	0.970	5.573	0.000
MATH WITH				
S	0.035	0.022	1.565	0.118
Intercepts				
MATH	11.536	0.396	29.150	0.000
S	0.226	0.013	17.258	0.000
Residual Variances				
MATH	3.022	0.724	4.172	0.000
S	0.001	0.001	0.508	0.612

# ES5 - MODEL 4 – m4.inp

## MODEL 1

Varianza  $e_{ij \text{ model } 1}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 1 = 26.48

Varianza  $u_{0j \text{ model } 1}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 2 = 14.61

## MODEL 4

Varianza  $e_{ij \text{ model } 2}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 1 = 20.85

Varianza  $u_{0j \text{ model } 2}$  = Variabilità dell'outcome a Livello 2 = 3.02

$$R^2_{\text{livello } 1} = (\text{Varianza } e_{ij \text{ model } 1} - \text{Varianza } e_{ij \text{ model } 2}) / \text{Varianza } e_{ij \text{ model } 1} = \\ = (26.48 - 14.61) / 26.48 = \mathbf{.448}$$

$$R^2_{\text{livello } 2} = (\text{Varianza } u_{0j \text{ model } 1} - \text{Varianza } u_{0j \text{ model } 2}) / \text{Varianza } u_{0j \text{ model } 1} = \\ = (20.85 - 3.02) / 20.85 = \mathbf{.855}$$

# **Analisi Multilivello con *Mplus***

**Seminario 2 – 16 Maggio 2016**

**Valerio Ghezzi**

Dipartimento di Psicologia

Sapienza – Università di Roma