



- (1) Una pallina di massa $m = 10$ g, di carica elettrica $q = 1 \mu\text{C}$, è appesa a un leggerissimo filo inestensibile. Si avvicina alla pallina una lastra verticale molto grande uniformemente carica e si osserva che la pallina si allontana dalla posizione verticale facendo assumere al filo un angolo $\theta = 15^\circ$ rispetto alla direzione verticale. Calcolate la densità di carica della lastra.
- (2) Una mole di gas perfetto inizialmente alla temperatura di 20°C è sottoposta a una trasformazione isocora che ne porta la pressione al doppio del valore iniziale. Quindi, attraverso una trasformazione che sul piano di Clapeyron si può rappresentare come un segmento, è portato nello stato in cui la pressione è quella iniziale e il volume è raddoppiato. Infine il volume è riportato allo stato iniziale mantenendo costante la pressione. Calcolate la quantità di calore scambiata durante questa trasformazione e dire se tale quantità è stata assorbita o ceduta dal gas.
- (3) Una spira circolare di raggio $r = 10$ cm e resistenza $R = 120 \Omega$ è immersa, per metà e in un tempo pari a mezzo secondo, in una regione in cui è presente un campo magnetico $B = 0.2$ T perpendicolare al piano della spira. Calcolate la corrente che scorre nella spira in seguito a quest'operazione indicando il verso nel quale scorre assumendo che il campo magnetico sia diretto perpendicolarmente al foglio sul quale scrivete e sia entrante in esso, mentre la spira entra da sinistra verso destra.

- (1) In presenza della lastra sulla pallina agiscono tre forze: il peso mg rivolto verso il basso, la forza elettrica $q\mathbf{E}$ prodotta dalla lastra diretta orizzontalmente (perché il campo elettrico di una lastra uniformemente carica è perpendicolare alla lastra) e la tensione \mathbf{T} del filo diretta come quest'ultimo. Non dimenticate mai di considerare questa forza ogni volta che qualcosa è legato a un filo o una corda!

Il campo elettrico prodotto da una lastra uniformemente carica ha intensità

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

perciò, prendendo un sistema di riferimento con gli assi orizzontale e verticale possiamo scrivere un'equazione per ciascuna componente della forza. Lungo l'asse orizzontale agiscono soltanto la forza elettrica e la componente orizzontale della tensione, che essendo diretta come il filo forma con la verticale un angolo θ :

$$q\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = -T \sin \theta$$

(il segno meno indica che le due forze sono uguali e opposte). Lungo l'asse verticale invece agiscono l'altra componente della tensione e la gravità:

$$mg = -T \cos \theta.$$

Dividendo membro a membro otteniamo

$$\tan \theta = \frac{q\sigma}{2mg\epsilon_0}$$

da cui si ricava la densità di carica σ come

$$\sigma = \frac{1}{q} 2\epsilon_0 mg \tan \theta.$$

Non resta che sostituire i valori per trovare

$$\sigma = \frac{2 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 10 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 0.279}{10^{-6}} \simeq 4.8 \times 10^{-7} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

- (2) Per evitare errori grossolani ci conviene riscrivere le quantità date in unità del SI: la temperatura di 20 gradi centigradi a $T_0 = 293 \text{ K}$.

Poiché il gas subisce una trasformazione che lo riporta nello stato iniziale, non cambia la sua energia interna perciò $\Delta U = 0$. Per il primo principio della termodinamica $\Delta U = \Delta Q - \Delta L$, quindi si deve avere

$$\Delta Q = \Delta L.$$

L'idea di usare questa relazione ci deve venire ogni volta che vediamo una trasformazione compiere un ciclo.

Il calore scambiato dunque è uguale al lavoro fatto che a sua volta non è altro che l'area della figura racchiusa dal ciclo. Disegnando il ciclo si vede che ha l'aspetto di un triangolo rettangolo di base V e altezza p (con p indichiamo la pressione iniziale), perciò

$$\Delta L = \frac{1}{2}pV.$$

La pressione iniziale la possiamo ricavare dall'equazione di stato dei gas per la quale

$$p = \frac{nRT}{V}$$

e quindi possiamo scrivere

$$\Delta L = \Delta Q = \frac{1}{2}nRT = \frac{1}{2} \times 1 \times 8.314 \times 293 \simeq 1218 \text{ J}.$$

Il ciclo è percorso in senso orario quindi è il gas che fa lavoro, pertanto la quantità di calore dev'essere assorbita dal gas.

- (3) Spostando la spira nel campo cambia il flusso del campo magnetico attraverso la spira, provocando il fenomeno dell'induzione elettromagnetica. Inizialmente il flusso del campo è nullo, mentre nello stato finale vale

$$\Phi = B \frac{S}{2}$$

dove $S = \pi r^2$ è l'area della spira (ricordate che la spira è immersa per metà nel campo). Il campo è infatti perpendicolare al piano della spira e quindi il prodotto scalare tra il vettore superficie e il campo si riduce al prodotto ordinario dei moduli.

La variazione del flusso genera una fem di modulo pari a

$$V = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\pi r^2 B}{2\Delta t}$$

e di conseguenza nella spira scorre una corrente data dalla Legge di Ohm

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\pi r^2 B}{2R\Delta t} \simeq 52 \mu\text{A}.$$

La corrente scorre in senso antiorario in modo tale che all'interno della spira il campo magnetico generato da questa corrente sia opposto a quello esterno: in questo modo la corrente si oppone all'aumento di flusso del campo.